



<http://math-sci.ui.ac.ir>



<http://www.ui.ac.ir>

MATHEMATICS IN THE STREETS AND IN SCHOOLS**

TEREZINHA NUNES CARRAHER^{ID}, DAVID WILLIAM CARRAHER^{ID} AND ANALUCIA DIAS SCHLIEMANN^{ID}
TRANSLATORS: POUYA KARIMI^{ID} AND ABOLFAZL RAFIEPOUR^{ID*}

ABSTRACT. An analysis of everyday use of mathematics by working youngsters in commercial transactions in Recife, Brazil, revealed computational strategies different from those taught in schools. Performance on mathematical problems embedded in real-life contexts was superior to that on school-type word problems and context-free computational problems involving the same numbers and operations. Implications for education are examined.

1. Introduction

There are reasons for thinking that there may be a difference between solving mathematical problems using algorithms learned in school and solving them in familiar contexts out of school. Reed & Lave (1981) have shown that people who have not been to school often solve such problems in different ways from people who have. This certainly suggests that there are informal ways of doing mathematical calculations which have little to do with the procedures taught in school. Reed & Lave's study with Liberian adults showed differences between people who had and who had not been to school. However, it is quite possible that the same differences between informal and school-based routines could exist

Keywords: Mathematics, problem-solving, real-life contexts, educational practices, algorithms, contextual influences, pedagogical assumptions

Article Type: Translation Paper.

Communicated by Saeid Maghsoudi.

*Corresponding author.

Received: 09-03-2024, Accepted: 10-06-2024, Published Online: 26-01-2025.

The above abstract has been extracted by the translator from the original article (T. Nunes, D. W. Carraher and A. D. Schliemann, Mathematics in the streets and in schools, *British Journal of Developmental Psychology*, **3 no. 2 (1985) 1–29.)

<http://dx.doi.org/10.22108/msci.2024.140942.1648> .



within people. In other words, it might be the case that the same person could solve problems sometimes in formal and at other times in informal ways. This seems particularly likely with children who often have to do mathematical calculations in informal circumstances outside school at the same time as their knowledge of the algorithms which they have to learn at school is imperfect and their use of them ineffective. We already know that children often obtain absurd results such as finding a remainder which is larger than the minuend when they try to apply routines for computations which they learn at school [4]. There is also some evidence that informal procedures learned outside school are often extremely effective. Gay & Cole (1976) [9] for example showed that unschooled Kpelle traders estimated quantities of rice far better than educated Americans managed to. So it seems quite possible that children might have difficulty with routines learned at school and yet at the same time be able to solve the mathematical problems for which these routines were devised in other more effective ways. One way to test this idea is to look at children who have to make frequent and quite complex calculations outside school. The children who sell things in street markets in Brazil form one such group [14]

2. Main Results

The children were found by the interviewers on street corners or at markets where they worked alone or with their families. Interviewers chose subjects who seemed to be in the desired age range-school children or young adolescents-obtaining information about their age and level of schooling along with information on the prices of their merchandise. Test items in this situation were presented in the course of a normal sales transaction in which the researcher posed as a customer. Purchases were sometimes carried out. In other cases, the 'customer' asked the vendor to perform calculations on possible purchases. At the end of the informal test, the children were asked to take part in a formal test which was given on a separate occasion, no more than a week later, by the same interviewer. Subjects answered a total of 99 questions on the formal test and 63 questions on the informal test. Since the items of the formal test were based upon questions of the informal test, order of testing was fixed for all subjects. The analysis of the results from the informal test required an initial definition of what would be considered a test item in that situation. While, in the formal test, items were defined prior to testing, in the informal test problems were generated in the natural setting and items were identified posteriori. In order to avoid a biased increase in the number of items solved in the informal test, the definition of an item was based upon questions posed by the customer/tester. This probably constitutes a conservative estimate of the number of problems solved, since subjects often solved a number of intermediary steps in the course of searching for the solution to the question they had been asked. Thus the same defining criterion was applied in both testing situations in the identification of items even though items were defined prior to testing in one case and after testing in the other. In both



testing situations, the subject's oral response was the one taken into account even though in the formal test written responses were also available. Context-embedded problems were much more easily solved than ones without a context. This research showed that 98.2 percent of the 63 problems presented in the informal test were correctly solved. In the formal test word problems (which provide some descriptive context for the subject), the rate of correct responses was 73.7 percent, which should be contrasted with a 36.8 percent rate of correct responses for mathematical operations with no context. The results seem to be in conflict with the implicit pedagogical assumption of mathematical educators according to which children ought first to learn mathematical operations and only later to apply them to verbal and real-life problems. Real-life and word problems may provide the 'daily human sense' (Donaldson, 1978) [8] which will guide children find a correct solution intuitively without requiring an extra step-namely, the translation of word problems into algebraic expressions. This interpretation is consistent with data obtained by others in the area of logic, such as Wason & Shapiro (1971) Johnson-Laird et al. (1972) and Lunzer et al. (1972) [16] [10] [12].

3. Conclusions

In the informal test, children rely upon mental calculations which are closely linked to the quantities that are being dealt with. The preferred strategy for multiplication problems seems to consist in chaining successive additions. In the formal test, where paper and pencil were used in all the above examples, the children try to follow, without success, school-prescribed routines. Mistakes often occur as a result of confusing addition routines with multiplication routines. Summarizing briefly, the combination of the clinical method of questioning with participant observation used in this project seemed particularly helpful when exploring mathematical thinking and thinking in daily life. The results support the thesis proposed by Luria (1976) [13] and by Donaldson (1978) [8] that thinking sustained by daily human sense can be-in the same subject-at a higher level than thinking out of context. They also raise doubts about the pedagogical practice of teaching mathematical operations in a disembedded form before applying them to word problems. Our results are also in agreement with data reported by Lave et al. (1984), who showed that problem solving in the supermarket was significantly superior to problem solving with paper and pencil. It appears that daily problem solving may be accomplished by routines different from those taught in schools. In the present study, daily problem solving tended to be accomplished by strategies involving the mental manipulation of quantities while in the school-type situation the manipulation of symbols carried the burden of computation, thereby making the operations 'in a very real sense divorced from reality' (see Reed & Lave, 1981, p. 442) [15]. The sort of mathematics taught in schools has the potential to serve as an 'amplifier of thought processes', in the sense in which Bruner (1972) [2] has referred to both mathematics and logic. As such, we do not dispute whether 'school math's' routines can offer richer

and more powerful alternatives to math's routines which emerge in non-school settings. The major question appears to center on the proper pedagogical point of departure, i.e. where to start. We suggest that educators should question the practice of treating mathematical systems as formal subjects from the outset and should instead seek ways of introducing these systems in contexts which allow them to be sustained by human daily sense.

Pouya Karimi

M. Sc. student at Department of Mathematics Education, Faculty of Mathematics and Computer, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

&

Member of Mathematics Education Research Group at Mahani Math Center, Afzalipour Research Institute, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

Email: Pouya.k1380@math.uk.ac.ir

Abolfazl Rafiepour

Department of Mathematics Education, Faculty of Mathematics and Computer, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

&

Head of Mathematics Education Research Group at Mahani Math Center, Afzalipour Research Institute, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran

Email: Rafiepour@uk.ac.ir

ریاضیات در خیابان‌ها و مدارس**

ترزینها نونز کاراها^۱، دیوید ویلیام کاراها^۲ و آنالوسیا دیاس اشلیمن^۳
مترجمان: پویا کریمی^۴ و ابوالفضل رفیع‌پور*

چکیده. تجزیه و تحلیل {نحوه} استفاده روزمره از ریاضیات توسط جوانان شاغل در معاملات تجاری در ریسف برزیل، نشان داد {که} استراتژی‌های محاسباتی {آنها} از آنچه در مدارس تدریس می‌شد، متفاوت است. عملکرد {بچه‌ها} در مسائل ریاضی مطرح شده در زمینه‌های زندگی واقعی؛ نسبت به مسائل کلامی نوعی مدرسه‌ای و مسائل محاسباتی بدون زمینه که شامل اعداد و عملیات یکسان بودند، بهتر بود. {در انتها} کاربردهایی برای آموزش، مورد بررسی قرار داده شد.

توضیحات مترجمان

مقاله «ریاضیات در خیابان‌ها و مدارس^۱»، نوشته ترزینها نونز کاراها^۲، دیوید ویلیام کاراها^۳ و آنالوسیا دیاس اشلیمن^۴ است که برای اولین بار در سال ۱۹۸۵ منتشر شد. این مقاله در مجموعه مقالاتی با عنوان «کلاسیک در پژوهش آموزش ریاضی^۵» در سال ۲۰۰۴ توسط شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا^۶ باز-نشر گردید. شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا بزرگترین انجمن مرتبط با آموزش ریاضی در دنیا است که مرجعیت علمی معتبری برای آموزشگران ریاضی در جهان می‌باشد. ترجمه این مقاله پس از ۳۹ سال، از دو جهت حائز اهمیت است.

اول از دیدگاه تاریخی: انتشار این مقاله در زمان خود هیاهوی زیادی را در جامعه آموزشگران ریاضی دنیا به راه انداخت و باعث معرفی روش‌های جایگزین در حوزه انجام محاسبات ریاضی شد. از زمان انتشار مقاله «ریاضیات در خیابان‌ها و مدارس» در سال ۱۹۸۵، عبارت ریاضیات خیابانی به‌طور گسترده‌ای در محافل آموزش ریاضیات مورد استفاده قرار گرفته است. این اصطلاح مترادف با این پدیده شده است که بسیاری از افرادی که محاسبات دقیقی را در شرایط زمینه‌ای زندگی واقعی انجام می‌دهند، نمی‌توانند محاسبات کتبی (که در ظاهر مشابه اما بدون زمینه هستند) را انجام دهند. اگرچه این مطالعه توسط نونز و همکارانش [۱۴] تنها در مورد پنج کودک کار گزارش شده، اما سر و صدای زیادی را در بین آموزشگران ریاضی به پا کرده است. در اینجا سؤالی که به ذهن متبادر می‌شود این است که پیامدهای ریاضیات خیابانی برای آموزش ریاضی مدرسه‌ای چیست؟ پژوهش

عبارات و کلمات کلیدی: ریاضیات خیابانی، ریاضیات مدرسه‌ای، ریاضیات قومی.

نوع مقاله: ترجمه‌ای

دبیرتخصصی رابط: سعید مقصودی

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۲/۱۹ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۳/۲۱ تاریخ انتشار آنلاین: ۱۴۰۳/۱۱/۰۷

ارجاع به مقاله: پ. کریمی و ا. رفیع‌پور، ریاضیات در خیابان‌ها و مدارس، نشریه ریاضی و جامعه، ۹ شماره ۴ (۱۴۰۳) ۷۱-۸۶.

** نوشته حاضر ترجمه مقاله زیر است:

T. Nunes, D. Carraher and A. Schliemann, Mathematics in the streets and in schools, *British Journal of Developmental Psychology*, 3 no. 2 (1985) 1-29.

<http://dx.doi.org/10.22108/msci.2024.140942.1648>

¹Mathematics in the streets and in schools ²Terezinha Nunes Carraher ³David William Carraher ⁴Analuca Dias

Schliemann ⁵Classics in Mathematics Education Research ⁶national council of teachers of mathematics

«ریاضیات خیابانی»^۷ در زمانی صورت گرفت که روانشناسان شناختی بر روی این ایده متمرکز بودند که چگونه طرحواره‌های یک فرد در برخی از حوزه‌های دانش می‌تواند یادگیری فرد را در حوزه دیگری از دانش، تسهیل نماید. این پژوهش با نشان دادن اینکه کودکان می‌توانند مسائل مرتبط به ریاضی دنیای واقعی را بدون استفاده از رویه‌های محاسباتی استاندارد، حل نمایند؛ مدل آموزشی ریاضی سنتی را زیر سؤال برد. در مدل آموزشی ریاضی سنتی، معلمان باید قبل از حل مسئله، نحوه انجام عملیات ریاضی را به کودکان آموزش دهند.

دوم از دیدگاه روش‌شناسی تحقیق: نونز و همکارانش [۱۴] در پژوهش خود، روش‌های تجربی و کیفی را با هم ترکیب کردند. این روش پژوهش، الگویی برای انجام پژوهش‌های بعدی در حوزه آموزش ریاضی شد که به دنبال مطالعه مهارت‌های محاسباتی در زمینه‌های فرهنگی بودند. پژوهش‌های مختلفی در مورد روش‌های محاسبه استفاده شده توسط افراد درگیر در فعالیت‌های مختلف اجتماعی و حرفه‌ای (به‌عنوان مثال، تاجران، نجاران، پارچه‌فروشان، خیاطان، بافندگان و...) در بسیاری از کشورهای جهان انجام شده است. تمرکز ویژه محققان این بوده است که چگونه افراد مورد مطالعه آن‌ها، استراتژی‌های شخصی خود را برای محاسبه استفاده می‌کنند و برای انجام محاسبه، رویه‌های استاندارد تدریس شده در مدرسه را به‌کار نمی‌برند. پس از انتشار پژوهش [۱۴] نوع جدید از پژوهش‌ها در حوزه پژوهشی آموزش ریاضی مورد توجه قرار گرفت که هدف آنها بررسی مفاهیم ریاضیات مدرسه بر اساس نتایج مطالعه ریاضیات خیابانی بود. به‌طور خاص، پژوهش‌های مرتبط با «ریاضیات روزمره»^۸ مشوق این نگاه بوده است که به نقش زمینه‌های دنیای واقعی در یادگیری ریاضی بیش از پیش توجه شود. با توجه به اهمیت این مقاله، مترجمان متقاعد شدند که این اثر را ترجمه نمایند. در ترجمه پیش‌رو، از علامت‌های زیر برای خواناتر شدن بحث‌ها، استفاده شده است.

- علامت [] حاوی توضیحات مصاحبه‌گر است که برای خواناتر شدن مطالب آورده شده‌اند.
- علامت { } حاوی توضیحات مترجمان که برای خواناتر شدن مطالب اضافه شده‌اند.

۱. مقدمه

دلایلی برای این فکر وجود دارد که نشان می‌دهد بین {روش} حل مسائل ریاضی با استفاده از الگوریتم آموخته شده در مدرسه و {روش} حل آن‌ها در زمینه‌های آشنای خارج از مدرسه تفاوت احتمالی وجود دارد. رید و لیو^۹ [۱۵] نشان داده‌اند افرادی که به مدرسه نرفته‌اند، اغلب یکسری مسائلی را با راه‌های متفاوت از افرادی که [به مدرسه] رفته‌اند، حل می‌کنند. این {یافته پژوهشی} قطعاً نشان می‌دهد که روش‌هایی غیررسمی برای انجام محاسبات ریاضی وجود دارند که در رویه‌های تدریس شده در مدرسه، کمتر به‌کار گرفته شده است.

مطالعه رید و لیو با بزرگسالان لیبرایی، تفاوت‌هایی میان افرادی که به مدرسه رفته و کسانی که به مدرسه نرفته بودند، نشان داد. با این حال، کاملاً ممکن است که تفاوت‌های یکسانی بین روش‌های غیر-رسمی و {روش‌های} مدرسه‌محور در افراد وجود داشته باشد. به‌عبارت دیگر، ممکن است یک فرد بتواند مسائل را گاهی به‌صورت رسمی و گاهی به‌صورت غیر-رسمی حل کند. این امر به‌خصوص در مورد کودکانی که اغلب مجبور به انجام محاسبات ریاضی در موقعیت‌های غیر-رسمی خارج از مدرسه هستند و همزمان دانش آن‌ها از الگوریتم‌هایی که باید در مدرسه یاد بگیرند ناقص است و در استفاده از الگوریتم‌ها ناکارآمد هستند، محتمل‌تر به‌نظر می‌رسد.

در حال حاضر می‌دانیم که کودکان اغلب نتایج نامعقول مانند یافتن باقی‌مانده‌ای که بزرگ‌تر از مفروق‌منه است را هنگامی که سعی می‌کنند روش‌های محاسباتی آموخته‌شده در مدرسه را به‌کار ببرند، به‌دست می‌آورند. [۴] همچنین شواهدی وجود دارد که روش‌های غیررسمی آموخته‌شده در خارج از مدرسه اغلب بسیار مؤثر هستند. به‌عنوان مثال گای و کول^{۱۰} [۹] نشان دادند

⁷street mathematics ⁸everyday mathematics ⁹Reed & Lave ¹⁰Gay & Cole

که تاجران تحصیل‌نکرده کیپل^{۱۱} مقادیر برنج را بسیار بهتر از آمریکایی‌های تحصیل‌کرده، تخمین می‌زنند. بنابراین کاملاً محتمل به نظر می‌رسد که کودکان ممکن است با رویه‌های آموخته‌شده در مدرسه مشکل داشته باشند و به‌طور همزمان قادر باشند، مسائل ریاضی را با همان رویه‌ها به روش‌های مؤثرتر دیگری {که توسط خودشان} ابداع شده، حل نمایند. یک راه برای آزمایش این ایده، نگاه کردن به کودکانی است که باید محاسبات مکرر و کاملاً پیچیده‌ای را در خارج از مدرسه انجام دهند. کودکانی که در بازارهای خیابانی در برزیل اجناس خود را می‌فروشند، یکی از این گروه‌ها هستند.

۲. زمینه فرهنگی

این مطالعه در ریسیف، شهری با حدود ۵.۱ میلیون نفر جمعیت در ساحل شمال‌شرقی برزیل انجام شد. مانند چند شهر بزرگ دیگر برزیل، ریسیف تعداد بسیار زیادی کارگر مهاجر را از مناطق روستایی می‌پذیرد که باید خود را با شیوه جدیدی از زندگی در یک منطقه کلان‌شهری وفق دهند. در مطالعه انسان‌شناختی از کارگران مهاجر در سائوپائولو برزیل، برلینک^{۱۲} [۱] چهار نیاز فوری در این فرآیند سازگاری را شناسایی کرد: یافتن خانه، اخذ مجوز کار، به‌دست آوردن شغل و تأمین نیازهای اولیه (در حالی که در مناطق روستایی خانواده اغلب غذا خود را از طریق کار تأمین می‌کند). در طول مرحله سازگاری اولیه، بقا، عمدتاً به منابعی بستگی دارد که توسط مهاجران آورده می‌شود یا از طریق گدایی دریافت می‌شود. بخش قابل توجهی از مهاجران بعداً به کارگران غیرمتخصص تبدیل می‌شوند، یا یک شغل دائم را حفظ می‌کنند یا در جایی کار می‌کنند که به‌عنوان بخش غیر-رسمی اقتصاد شناخته می‌شود [۵]. بخش غیر-رسمی، که یک قسمت غیر-رسمی از اقتصاد است، می‌تواند شامل شغل‌های نسبتاً بدون مهارت باشد که توسط ارگان‌های دولتی ایجاد نشده‌اند و در نتیجه از درآمدی که تولید می‌کنند، مالیات نمی‌دهند؛ حال آنکه {بخش غیر-رسمی} همزمان امنیت شغلی ندارد و حقوق کارگران همچون بیمه سلامت را تأمین نمی‌کند. بنابراین درآمد ایجاد شده ناپایدار و متغیر است. ابعاد یک شرکت تجاری در بخش غیر-رسمی بر اساس قابلیت کار خانواده تعیین می‌شود. سطح کیفی تحصیلی و حرفه‌ای پایین، از ویژگی‌های جمعیت نسبتاً بزرگی است که به بخش غیر-رسمی بستگی دارد. در ریسیف، تقریباً ۳۰ درصد از نیروی کار در بخش غیر-رسمی به‌عنوان فعالیت اصلی و ۱۸ درصد به‌عنوان فعالیت ثانویه مشغول به‌کار هستند [۵]. اهمیت چنین منابع درآمدی برای خانواده‌ها در طبقه‌های پایین اجتماعی-اقتصادی برزیل را می‌توان به‌راحتی با توجه به اینکه درآمد یک خانواده کارگر غیرتخصصی از طریق فعالیت‌های همسر و فرزندان {آن کارگر} در بخش غیر-رسمی در سائوپائولو، تا ۵۶ درصد قابل افزایش است، درک کرد. در فورتالزا فعالیت در بخش غیر-رسمی به‌طور کامل ۶۰ درصد از درآمد خانواده طبقه^{۱۳} پایین را تشکیل می‌دهد [۶].

انواع مختلفی از مشاغل شامل کار خانگی، فروش در خیابان، تعمیر کفش و سایر تعمیرات کوچکی که بدون آدرس تجاری ثابت انجام می‌شوند، به‌عنوان قسمتی از بخش غیر-رسمی اقتصاد دسته‌بندی می‌شوند. شغل در نظر گرفته‌شده در مطالعه حاضر- یعنی فروشندگان خیابانی - شغل اصلی ۱۰ درصد از جمعیت فعال اقتصادی سالوادور^{۱۴} [۷] و فورتالزا [۶] است. اگرچه هیچ داده خاصی در مورد فروشندگان خیابانی برای ریسیف به‌دست نیامده است، داده‌های سالوادور و فورتالزا به‌عنوان تقریب‌های نزدیکی عمل می‌کنند، زیرا این شهرها، مانند ریسیف، پایتخت‌های ایالتی از همان منطقه جغرافیایی هستند. در برزیل نسبتاً رایج است که پسران و دختران فروشنده‌های خیابانی به والدین خود در کسب و کارشان کمک کنند. از حدود ۸ یا ۹ سالگی کودکان اغلب برخی از معاملات را برای والدین انجام می‌دهند؛ وقتی که آن‌ها مشغول کار با مشتری دیگری هستند یا {به‌خاطر} مشغله کاری دور هستند. نوجوانان و جوانان حتی ممکن است کسب‌وکار خود را توسعه دهند و غذاهای میان وعده مانند، بادام‌زمینی کباب شده، ذرت بوداده، شیرنارگیل یا ذرت با کره را بفروشند. در فورتالزا و سالوادور، که داده‌ها در دسترس است، به‌ترتیب

^{۱۱}شهری در منطقه ساوانا در لیبیا

^{۱۳}در پژوهش حاضر واژه طبقه به‌صورت آزادانه و بدون تمایز آشکار از عبارت طبقه اجتماعی به‌کار رفته است.

^{۱۴}شهری بندری و مرکز ایالت باهیا در برزیل است.

۲۰۲ و ۱۰۴ درصد از جمعیت فعال در بخش غیر-رسمی به عنوان فروشندگان خیابانی، با سن ۱۴ سال یا کمتر بودند؛ در حالی که {فروشندگان خیابانی در فورتالزا^{۱۵} و سالوادور} به ترتیب ۸۰۲ و ۷۰۵ درصد، ۱۵ تا ۱۹ ساله بودند [۶، ۷]. این کودکان و نوجوانان در کار خود باید تعداد زیادی از مسائل ریاضی را که معمولاً بدون نیاز به کاغذ و مداد است حل کنند. مسائل ممکن است شامل ضرب (قیمت یک نارگیل x ، چهار نارگیل $4x$)، جمع (۴ نارگیل و ۱۲ لیمو به قیمت $x + y$)، و تفریق (500 گری - 16 یعنی 500 کروزیرو^{۱۷} - منهای قیمت {اجناس} خریداری شده، پول باقیمانده پولی که باید پس بگیریم را مشخص خواهد کرد) باشد. تقسیم، بسیار کم تر مورد استفاده قرار می گیرد اما در برخی زمینه ها ظاهر می شود که در آن قیمت با توجه به یک واحد اندازه گیری (مانند ۱ کیلوگرم) تعیین می شود و مشتری کسری از آن واحد را می خواهد: به عنوان مثال، زمانی که مورد خاص انتخاب شده ۱۰۲ کیلوگرم وزن دارد. استفاده از جداولی که قیمت ها را براساس تعداد اقلام (یک عدد تخم مرغ - ۱۲ کروزیرو، دو عدد تخم مرغ - ۲۴ کروزیرو و غیره) فهرست می کند، گاهی در محیط های طبیعی مشاهده می شود^{۱۸}؛ اما در میان کودکانی که در این مطالعه شرکت کرده اند، مشاهده نشده است. قلم و کاغذ نیز توسط این کودکان مورد استفاده قرار نمی گرفت، اگرچه ممکن است گاهی اوقات فروشندگان بزرگسال هنگام جمع زدن {قیمت های} فهرست بلند بالایی از اقلام متوسل به استفاده از قلم و کاغذ می شوند.

۳. روش پژوهش

۱.۳. شرکت کنندگان. کودکان این مطالعه چهار پسر و یک دختر ۹ تا ۱۵ ساله با میانگین سنی ۱۱.۲ سال بودند و سطح تحصیلات آن ها از کلاس اول تا هشتم متغیر بود. یکی از آن ها فقط یک سال؛ دو نفر از آن ها سه سال؛ یکی دیگر از آن ها، چهار سال و نفر آخری ۸ سال مدرسه رفته بودند. همه آن ها پیش زمینه های بسیار ضعیفی داشتند. چهار نفر از دانش آموزان در آن زمان به مدرسه می رفتند و یک نفر به مدت دو سال از مدرسه اخراج شده بود. چهار نفر از این افراد آموزش رسمی در مورد عملیات ریاضی و مسائل کلامی دریافت کرده بودند. فردی که در کلاس اول درس خوانده و از مدرسه اخراج شده بود، بعید بود که در مدرسه ضرب و تقسیم را یاد گرفته باشد؛ چرا که {تدریس} این عملیات معمولاً در پایه دوم یا سوم مدارس دولتی شهر رسیف آغاز می شود.

۲.۳. روند اجرا. مصاحبه کنندگان، کودکان را در گوشه و کنار خیابان ها یا در بازارها پیدا کردند که تنها یا با خانواده هایشان کار می کردند. مصاحبه کنندگان افرادی را انتخاب می کردند که به نظر می رسید در محدوده سنی مورد نظر هستند؛ یعنی کودکان یا نوجوانان مدرسه ای و اطلاعاتی در مورد سن و سطح تحصیلات آن ها به همراه اطلاعات مربوط به قیمت کالاهای آنان به دست می آوردند. سؤالات آزمون در این شرایط در حین انجام یک معامله عادی پرسیده می شدند که در آن پژوهشگر به عنوان یک «مشتری» عمل می کرد. گاهی اوقات خریدها انجام می شد و در برخی موارد مشتری {پژوهشگر} از فروشنده می خواست محاسباتی را درباره خریدهای ممکن {فرضی} انجام دهد. در پایان آزمون غیر-رسمی، از کودکان خواسته شد تا در یک آزمون رسمی شرکت کنند که در یک موقعیت جداگانه، بیش از یک هفته بعد، توسط همان مصاحبه گر انجام می شد. شرکت کنندگان در این آزمون در مجموع به ۹۹ سؤال در آزمون رسمی و ۶۳ سؤال در آزمون غیر-رسمی پاسخ دادند. از آنجا که سؤالات آزمون رسمی براساس سؤالات آزمون غیر-رسمی بود، ترتیب آزمون برای همه افراد ثابت بود.

^{۱۵} مرکز ایالت ستارا در کشور برزیل است.

^{۱۷} واحد پول رئال در ماه ژوئیه سال ۱۹۹۴ جایگزین کروزیروی برزیل شد.

^{۱۸} در ایران نیز در برخی مغازه ها (به عنوان مثال در مغازه نانوايي)، چنین جدول هایی وجود دارند.

(۱) آزمون غیر-رسمی. آزمون غیر-رسمی به زبان پرتغالی در محیط کار طبیعی شخص، یعنی در گوشه‌وکنار خیابان‌ها یا بازار-روز^{۱۹} انجام شد. آزمونگرها سؤالات پی‌درپی در مورد خریدهای بالقوه یا واقعی را برای شرکت‌کنندگان مطرح می‌کردند و پاسخ‌های شفاهی را به‌دست می‌آوردند. پاسخ‌ها یا به‌صورت نوار ضبط می‌شدند یا به‌همراه نظرات توسط یک ناظر نوشته می‌شدند. آزمونگرها پس از به‌دست آوردن پاسخ برای هر سؤال، از فرد مورد نظر در مورد روش او برای حل مسئله سؤال کردند. این روش را می‌توان ترکیبی بین روش بالینی پیازه و مشاهده مشارکتی توصیف کرد. مصاحبه‌گر نه تنها یک مصاحبه‌گر بود؛ بلکه یک مشتری پرسشگر بود که می‌خواست فروشنده به او بگوید چگونه محاسبات خود را انجام می‌دهد. مثالی که با آزمون غیر-رسمی از «میم» گرفته شده، در زیر آورده شده است. فروشنده نارگیل، ۱۲ ساله، کلاس سوم، جایی که مصاحبه‌کننده به‌عنوان «مشتری» شناخته می‌شود:

مشتری: قیمت یک نارگیل چقدر است؟

میم: ۳۵

مشتری: من ده تا می‌خوام. قیمتشان چقدر میشود؟

میم: (مکث می‌کند) سه تا ۱۰۵ خواهد شد؛ با سه تا بیشتر، ۲۱۰ خواهد بود. (مکث می‌کند) من چهار تای دیگه می‌خواهم. یعنی...^{۲۰} (مکث) ۳۱۵... من فکر می‌کنم ۳۵۰ می‌شود.

این مسئله را می‌توان از نظر ریاضی به‌چندین روش نشان داد: 35×10 نمایش خوبی از سؤال مطرح‌شده توسط مصاحبه‌کننده است. پاسخ شرکت‌کننده بهتر است با $35 + 105 + 105 + 105$ نشان داده شود، که نشان می‌دهد که 35×10 توسط شرکت‌کننده به‌صورت $35 + (35 \times 3) + (35 \times 3) + (35 \times 3)$ حل شده است. شرکت‌کننده می‌تواند بگوید زیرمسئله‌های زیر را در موقعیت فوق حل کرده است.

(الف) 35×10 ؛

(ب) 35×3 (که ممکن است از قبل با آن آشنا باشد)؛

(پ) $105 + 105$ ؛

(ت) $210 + 105$ ؛

(ث) $315 + 35$ ؛

(ج) $3 + 3 + 3 + 1$.

وقتی کسی مسائل را به شکل ریاضی‌رسمی نشان می‌دهد که {قبلاً} توسط شرکت‌کننده حل شده است، در واقع آن فرد تلاش می‌کند تا شایستگی ریاضی شرکت‌کننده را نشان دهد. «میم» ثابت کرد که توانایی پیدا کردن حاصل 35×10 را دارد، حتی اگر از یک روال معمول که در کلاس سوم آموزش داده نمی‌شود، استفاده کند؛ زیرا در برزیل دانش آموزان کلاس سوم یاد می‌گیرند که هر عددی را که در ده ضرب کنند به سادگی یک صفر در سمت راست آن عدد قرار دهند. بنابراین، ما فهمیدیم که شرکت‌کننده، سؤال آزمون (35×10) و یکسری از موارد فرعی (ب تا ج) را با موفقیت در این فرآیند، حل کرد. با این حال، در فرآیند نمره‌دهی، تنها یک زیرمسئله (35×10) در نظر گرفته شد {همان‌طور که در بالا آمده است} و در نتیجه به درستی حل شده است.

(۲) آزمون رسمی. پس از مصاحبه با افراد در شرایط طبیعی، از آنها خواسته شد تا در بخش رسمی مطالعه شرکت کنند و مصاحبه دوم در همان مکان یا در خانه شرکت‌کننده‌ها برنامه‌ریزی شد. سؤالات آزمون رسمی برای هر فرد، براساس مسائل حل شده توسط خود شخص در طول آزمون غیر-رسمی، آماده شد. هر مسئله‌ای که در آزمون غیر-رسمی حل شده بود، براساس روش حل مسئله شرکت‌کننده به صورت ریاضی نمایش داده شد.

^{۱۹} در مناطقی از کشورمان، بازارهایی در روزهای خاصی از هفته برگزار می‌شود. مثلاً جمعه بازار یا یکشنبه بازار.
^{۲۰} (...) در اینجا برای علامت‌گذاری لحن صعودی که حاکی از وقفه و نه تکمیل یک عبارت است، استفاده می‌شود.

از تمام مسائل ریاضی که با موفقیت توسط هر شرکت‌کننده حل شدند (صرف نظر از اینکه آیا {این مسائل ریاضی} یک سؤال آزمون را تشکیل می‌دهند یا خیر)، یک نمونه برای گنجاندن در آزمون رسمی شرکت‌کننده انتخاب شد. این نمونه در آزمون رسمی یا به صورت عملیات ریاضی (مثلاً $105 + 105$) یا به عنوان یک مسئله کلامی ارائه شد. به عنوان مثال ماری x موز خرید؛ قیمت هر موز؟ است؛ او در مجموع چقدر پرداخت کرد؟ در هر دو حالت، هر شرکت‌کننده با استفاده از همان اعدادی که در آزمون غیر-رسمی خود استفاده کرده بود، مسائل را حل کرد. بنابراین، سؤالات استفاده شده از یک شرکت‌کننده به {شرکت‌کننده} دیگر متفاوت بود.

با توجه به پیشنهادات روش‌شناختی مورد نظر در [۱۵]، دو تغییر در آزمون رسمی ایجاد شد. اول، برخی از سؤالات ارائه شده در آزمون رسمی برعکس سؤالات حل شده در آزمون غیر-رسمی بودند. (به عنوان مثال {سؤال} $385 - 500$ در آزمون غیر-رسمی} ممکن است به صورت $115 + 385$ در آزمون رسمی ارائه شود). دوم، برخی از سؤالات {آزمون غیر-رسمی} از اعداد اعشاری استفاده می‌کردند که با {اعداد استفاده شده} در آزمون رسمی، متفاوت بودند. (مثلاً 40 کروزیرو ممکن است به صورت 4000 سنتاوس^{۲۱} یا 35 {کروزیرو} در آزمون رسمی به صورت 3500 {سنتاوس} ارائه شده باشد، واحد پول اصلی برزیل کروزیرو است، هر کروزیرو صد سنتاوس ارزش دارد).

به منظور شباهت بیشتر موقعیت آزمون رسمی با محیط مدرسه، به افراد کاغذ و مداد داده شد و به استفاده از آنها تشویق شدند. با این حال زمانی که مسائل بدون نیاز به نوشتن حل شدند، از افراد خواسته شد تا پاسخ‌های خود را بنویسند. تنها یک نفر از این کار سر باز زد و ادعا کرد که نمی‌داند چگونه بنویسد. البته لازم به یادآوری است که محیط نوعی مدرسه تنها با معرفی مداد و کاغذ نشان داده نمی‌شود، بلکه از مسائل ریاضی رسمی بدون زمینه و مسائل کلامی مربوط به موقعیت‌های خیالی؛ استفاده زیادی می‌شود. در آزمون رسمی به کودکان در مجموع ۳۸ عملیات ریاضی و ۶۱ مسئله کلامی داده شد. مسائل کلامی نسبتاً ملموس بودند و هر کدام تنها شامل یک عملیات ریاضی بودند.

۴. نتایج و بحث

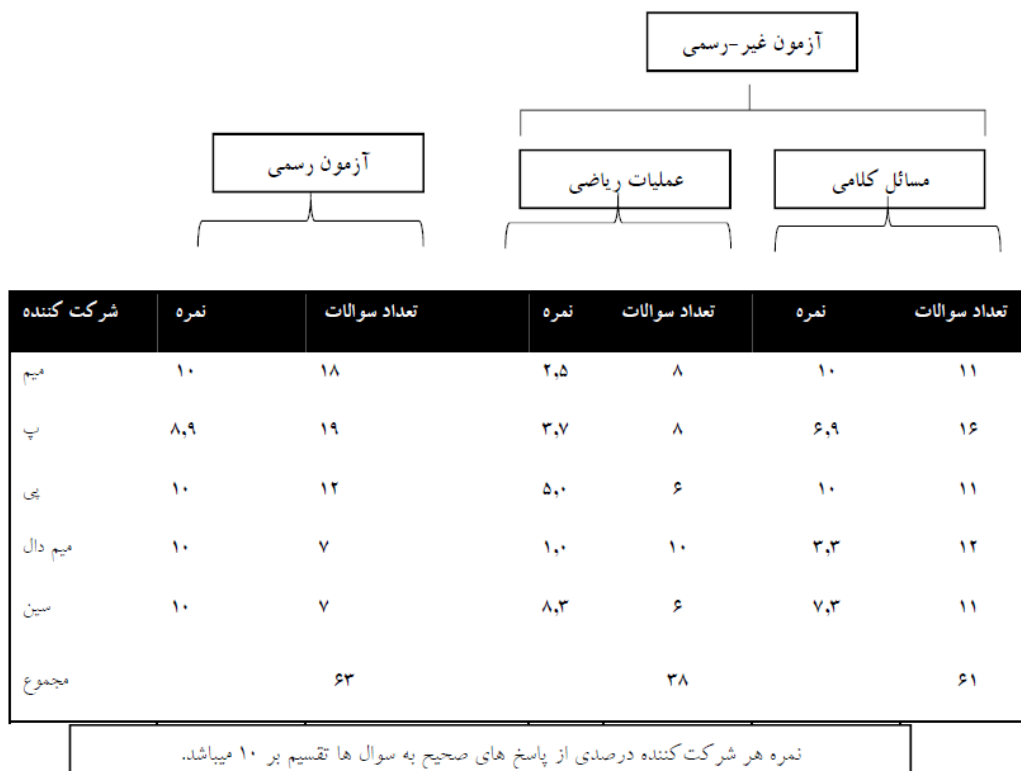
برای تجزیه و تحلیل نتایج آزمون غیر-رسمی، لازم است یک تعریف اولیه برای چیستی سؤال در نظر گرفته شده در آن موقعیت، ارائه شود. در آزمون رسمی، سؤالات آزمون از قبل تعریف می‌شدند در حالی که در آزمون غیر-رسمی، سؤالات در محیط طبیعی تولید می‌شدند و سؤالات به عنوان پسینی^{۲۲} شناسایی می‌شدند. به منظور جلوگیری از افزایش مغرضانه تعداد سؤالات حل شده در آزمون غیر-رسمی، یک سؤال بر اساس سؤالات مطرح شده توسط مشتری/آزمونگر تعریف شد. این {تعریف} احتمالاً یک تخمین محافظه کارانه از تعداد مسائل حل شده است، زیرا شرکت‌کنندگان در زمان جستجو برای یافتن راه حل سؤالی که از آن‌ها پرسیده شده بود، اغلب تعدادی از مراحل واسطه {زیر-مسئله} را حل می‌کردند. بنابراین معیار تعیین‌کننده یکسانی در هر دو نوع آزمون برای شناسایی سؤالات اعمال شد؛ اگر چه در یکی از موارد تعریف قبل از آزمون انجام می‌شود و در دیگری پس از آزمون انجام می‌شود. در هر دو نوع آزمون، پاسخ شفاهی شرکت‌کننده مد نظر قرار می‌گیرد، اگر چه در آزمون رسمی پاسخ‌های کتبی نیز در دسترس بود.

مسائل مطرح شده در متن بسیار راحت‌تر از مسائل بدون متن حل می‌شدند. شکل ۱ نشان می‌دهد که 98.2 درصد به 63 مسئله داده شده در آزمون غیر-رسمی پاسخ صحیح دادند. در مسائل کلامی آزمون رسمی (که زمینه توصیفی، برای شرکت‌کننده فراهم می‌کند)، نرخ پاسخ‌های صحیح 73.7 درصد بود، که با نرخ 36.8 درصدی پاسخ‌های صحیح برای عملیات ریاضی بدون متن در تضاد بود.

فراوانی پاسخ‌های صحیح برای هر شرکت‌کننده به نمره های ۱ تا ۱۰ تبدیل شد که درصدی از پاسخ‌های صحیح را نشان می‌دهد. با یک تحلیل از واریانس دو طرفه فریدمن از رتبه نمرات، {می‌توان} نمره‌های هر فرد را در سه نوع شرایط آزمون مقایسه

^{۲۱} در مقاله به دلیل اشتباه چاپی 40 سنتاوس نوشته شده است.

کرد. نمرات در شرایط مختلف بسیار متفاوت است ($P = ۰/۰۳۹$ و $\chi^2 = ۶/۴$). همچنین با یومن-ویتنی مقایسه سه نوع شرایط آزمون محاسبه شد. شرکت‌کنندگان در آزمون غیر-رسمی به‌طور قابل توجهی بهتر از آزمون رسمی شامل محتوا-عملیات آزاد^{۲۳} عمل کردند ($U = ۰$ و $P < ۰/۰۵$). تفاوت بین آزمون غیر-رسمی و مسائل کلامی معنی‌دار نبود ($P > ۰/۰۵$ و $U = ۶$).



شکل ۱. نتایج براساس شرایط آزمون

Figure 1: Results according to testing conditions

می‌توان ادعا کرد که خطاهای مشاهده شده در آزمون رسمی مربوط به تبدیل‌هایی است که بر روی مسائل آزمون غیر-رسمی به‌منظور ساخت آزمون رسمی انجام شده بود. برای بررسی این ادعا، سؤالاتی که تغییر یافتند (مثلاً عملیات در آنها برعکس شده بود یا جای ممیز تغییر کرده بود) و سؤالاتی که با مسائل آزمون غیر-رسمی یکسان بودند، جدا شدند. درصد پاسخ‌های صحیح در هر دو دسته از سؤالات تفاوت قابل توجهی نداشت؛ میزان پاسخ‌های درست در سؤالاتی که دگرگون شده بودند، اندکی بالاتر از سؤالاتی بود که با سؤالات آزمون غیر-رسمی یکسان بودند. بنابراین دگرگونی‌هایی که بر روی سؤالات آزمون غیر-رسمی انجام شد تا سؤالات آزمون رسمی طرح شوند؛ نمی‌تواند اختلاف عملکرد در این شرایط را توجیه کند.

دومین تفسیر ممکن از این نتایج این است که کودکان مصاحبه شده در این مطالعه در تفکر خود «عینی» بودند و بنابراین، موقعیت‌های عینی به آن‌ها در کشف یک راه‌حل کمک می‌کرد. در موقعیت طبیعی، آن‌ها مسائلی را در مورد فروش لیمو، نارگیل و غیره، را زمانی که اقلام واقعی موردنظر به‌صورت فیزیکی وجود داشتند، حل کردند. با این حال، وجود نمونه‌های عینی می‌تواند به‌عنوان یک عامل تسهیل‌گر در نظر گرفته شود؛ اگر نمونه {عینی} به‌نحوی به حل‌کننده مسئله اجازه دهد تا از نمونه عینی به یک موقعیت کلی‌تر استنتاج برسد. هیچ چیزی در طبیعت نارگیل وجود ندارد که کشف اینکه سه نارگیل (هر کدام ۳۵,۰۰ کروزیرو)

^{۲۳} محتوا یعنی مسائل کلامی و عملیات یعنی مسائل ریاضی بدون زمینه که صرفاً شامل انجام عملیات ریاضی است.

مجموعاً ۱۰۵،۰۰۰ کروزیرو هزینه دارند را نسبتاً آسان تر کند. حضور مواد خوراکی، محاسبات ریاضی مسئله را ساده تر نمی کند. علاوه بر این، محاسبات در شرایط طبیعی آزمون غیر-رسمی در همه موارد به صورت ذهنی و بدون نیاز به کمک حافظه خارجی برای نتایج جزئی یا مراحل واسطه‌ای (زیر مسئله‌ها) انجام می‌شد. به سختی می‌توان ادعا کرد که محاسبات ذهنی یک توانایی مخصوص متفکران عینی است.

به نظر می‌رسد این نتایج در تضاد با فرض آموزشی ضمنی مریبان ریاضی است که براساس آن کودکان ابتدا باید عملیات ریاضی را یاد بگیرند و فقط بعداً آن‌ها را در مسائل کلامی و واقعی به کار گیرند. مسائل واقعی زندگی و کلامی ممکن است «حس روزانه انسان» را به کار گیرند [۸] که کودکان را برای یافتن یک راه حل صحیح به طور شهودی بدون نیاز به یک مرحله اضافی یعنی تبدیل مسئله کلامی به عبارت‌های، جبری راهنمایی می‌کند. این تفسیر با داده‌های به دست آمده توسط دیگران در حوزه منطق، مانند واسون و شاپیرو [۱۶]، جانسون-لرد [۲۵] و دیگران [۱۰] و لانزر [۲۶] و دیگران [۱۲] سازگار است.

چگونه ممکن است که کودکانی که قادر به حل یک مسئله محاسباتی در موقعیت طبیعی هستند، نتوانند همان مسئله را در زمانی که از چارچوبش خارج می‌شود، حل کنند؟ در مطالعه حاضر، تجزیه و تحلیل کیفی پروتکل‌ها نشان داد که روش‌های حل مسئله استفاده شده در این دو موقعیت، ممکن است متفاوت باشند. در شرایط طبیعی کودکان تمایل داشتند با استفاده از چیزی که می‌توان آن را «گروه مناسب ۲۷» نامید، استدلال کنند، در حالی که در آزمون رسمی {آنها} بیشتر از روال‌های آموزش داده شده در مدرسه استفاده می‌کردند، اگر چه {این استفاده} به صورت مطلق نبود. پنج مثال در زیر آورده شده است که توانایی کودکان در برخورد با اعداد و کمبود مهارت آنها در کار با علائم را نشان می‌دهد. این مثال‌ها با هدف ارائه توضیحات روشنی از فرایندهای به کار رفته در دو محیط مختلف انتخاب شده‌اند. در هر یک از پنج مثال زیر، عملکرد شرح داده شده {کودک} در آزمون غیر-رسمی با عملکرد همان کودک حین حل یک مسئله یکسان در آزمون رسمی کاملاً در تضاد است.

(۱) مثال اول (میم، ۱۲ ساله).

آزمون غیر-رسمی:

مشتری: من قصد دارم چهار نارگیل بخرم. {قیمت} آن چقدر می‌شود؟
کودک: سه [تا] می‌شود ۱۰۵، به اضافه ۳۰، یعنی ۱۳۵ ... یک نارگیل ۳۵ است ... به این معنا که، ۱۴۰ می‌شود!

آزمون رسمی:

کودک سؤال 4×35 را حل می‌کند و با صدای بلند توضیح می‌دهد:
۴ ضربدر ۵ می‌شود ۲۰؛ ۲ را در نظر بگیرید، ۲ به علاوه ۳ می‌شود ۵، ضربدر ۴ می‌شود ۲۰.
پاسخ نوشته شده: ۲۰۰.

(۲) مثال دوم (میم دال، ۹ ساله).

آزمون غیر-رسمی:

مشتری: خب، من سه نارگیل می‌خواهم (با قیمت ۴۰،۰۰۰ کروزیرو). چقدر می‌شود؟
کودک: (بدون اشاره، با صدای بلند محاسبه می‌کند) ۴۰، ۸۰، ۱۲۰.

آزمون رسمی:

کودک سؤال 3×40 را حل می‌کند و ۷۰ را به دست می‌آورد. او سپس روال را توضیح می‌دهد؛ ° را پایین قرار بده؛ ۴ و ۳ برابر ۷ است.

²⁴Wason & Shapiro ²⁵Johnson-Laird ²⁶Lunzer ²⁷convenient group

(۳) مثال سوم (میم دال، ۹ ساله).

آزمون غیر-رسمی:

مشتری: من قصد دارم ۱۲ لیمو بخرم (هر لیمو ۵,۰۰۰ کروزیرو است).
کودک: ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰، ۶۰ (در حالی که دو لیمو را در همان لحظه خارج می‌کند).

آزمون رسمی:

کودک به تازگی سؤال 40×3 را حل کرده است. در حل 12×5 ابتدا ۲، سپس ۵ و ۱ را پایین قرار می‌دهد و ۱۵۲ را به دست می‌آورد. پس از پایان کار، این روش را برای آزمایش‌کننده (متعجب) توضیح می‌دهد.

(۴) مثال چهارم (سین، ۱۱ ساله).

آزمون غیر-رسمی:

مشتری: برای ۶ کیلو {هندوانه} چه مقدار باید پرداخت کنم؟ (هر کیلوگرم هندوانه، ۵۰,۰۰۰ کروزیرو).
کودک: [بدون هیچ مکث قابل توجهی] ۳۰۰ می‌شود.
مشتری: بگذار ببینم. چطور به این سرعت حساب کردی؟
کودک: شمردن یکی یکی. دو کیلو، ۱۰۰، ۲۰۰، ۳۰۰.

آزمون رسمی:

سؤال آزمون: یک ماهیگیر ۵ ماهی صید کرد. نفر دوم پنج برابر ماهیگیر اول، ماهی صید کرد. ماهیگیر خوش‌شانس چند ماهی صید کرد؟
کودک: (6×5) و 36 را به عنوان حاصل جواب می‌نویسد؛ سپس پاسخ می‌دهد 36 می‌شود.
آزمونگر مسئله را تکرار می‌کند و کودک دوباره محاسبات را انجام می‌دهد و در نتیجه 86 را می‌نویسد. پاسخ شفاهی او 86 است.
آزمونگر: چگونه آن را محاسبه کردید؟
کودک: من این کار را کردم. شش برابر شش، 36 می‌شود. بعد آن را آنجا گذاشتم.
آزمونگر: آن را کجا گذاشتی؟ (کودک اعداد را ننوشته بود).
کودک: (اشاره به رقم ۵ در 50). این 86 می‌شود [ظاهراً ۳ و ۵ را جمع کرد و حاصل این جمع را قرار داده است].
آزمونگر: اولین ماهیگیر چند ماهی گرفت؟
کودک: 50

مثال آخر {همراه} با تفسیرهای پیشنهادی درون پرانتز دنبال می‌شود.

(۵) مثال پنجم.

آزمون غیر-رسمی:

مشتری: من دو نارگیل (با قیمت هر یک ۴۰,۰۰۰ کروزیرو. صورت حساب {با} ۵۰۰,۰۰۰ کروزیرو پرداخت می‌شود). چقدر باید پس بگیرم؟
کودک: (قبل از رسیدن مشتری بعدی) ۸۰، ۹۰، ۱۰۰، ۴۲۰

آزمون رسمی:

سؤال آزمون: $420 + 80$

کودک ۴۲۰ به علاوه ۸۰ را می نویسد و ادعا می کند که جواب ۱۳۰ است. (روش مورد استفاده توضیح داده نشد اما به نظر می رسد که کودک یک مرحله از یک روال ضرب را با اضافه کردن متوالی ۸ به ۲ و سپس ۴، با در نظر گرفتن ۱ به کار برده است؛ یعنی ۸ به علاوه ۲، ۱۰ می شود. یک را در نظر می گیریم؛ $۱۳ = ۸ + ۴ + ۱$. صفرهای ۴۲۰ و ۸۰ نوشته نشده اند {پس ۰ را کنار ۱۳ قرار می دهد}. (زمان واکنش از ضبط نوار به دست آمد و کل فرآیند ۵۳ ثانیه طول کشید).

آزمونگر: این یکی را چطور انجام دادی، ۴۲۰ به علاوه ۸۰؟
کودک: به علاوه؟

آزمونگر: به علاوه ۸۰.

کودک: ۱۰۰، ۲۰۰.

آزمونگر: (بعد از ۵ ثانیه مکث، پاسخ کودک را قطع می کند و آن را نهایی می داند) خب.

کودک: یک دقیقه صبر کن. این اشتباه بود. ۵۰۰. [ظاهراً کودک ۸۰ و ۲۰ را جمع کرده و ۱۰۰ را به دست آورده و سپس شروع به اضافه کردن صدها کرده است. آزمایش کننده پس از مکثی کوتاه ۲۰۰ را به عنوان پاسخ نهایی در نظر گرفت، اما کودک محاسبات را تکمیل کرد و پاسخ صحیح را هنگام حل مسئله جمع با رویکرد انجام عملیات بر روی مقادیر حل کرد].

در آزمون غیر-رسمی، کودکان با تکیه بر محاسبات ذهنی که ارتباط نزدیکی با مقادیری دارند که با آن ها سر و کار دارند. به نظر می رسد استراتژی ترجیحی برای مسائل ضرب شامل زنجیره جمع های متوالی است. در مثال اول {با استفاده از این استراتژی} جمع کردن سخت تر شد، شرکت کننده مقدار را به ده ها و یک ها تجزیه کرد- برای اضافه کردن ۳۵ به ۱۰۵، «میم» ابتدا ۳۰ و سپس ۵ را به جواب اضافه کرد.

در آزمون رسمی، که در تمام مثال های بالا از کاغذ و قلم استفاده می شود، کودکان سعی می کنند، روال های تجویز شده در مدرسه که موفقیتی برای آن ها در پی ندارند را دنبال کنند. خطاها اغلب در نتیجه اشتباه گرفتن روال های جمع با روال های ضرب رخ می دهند، همان طور که در مثال های (۱) و (۵) به وضوح دیده می شود. علاوه بر این، در تمام موارد، هیچ مدرکی وجود ندارد که پس از نوشتن اعداد، کودکان سعی کنند نتایج به دست آمده را به مسئله موجود ربط دهند تا درستی پاسخ های خود را ارزیابی کنند.

به طور خلاصه، ترکیب روش بالینی پرسشگری با مشاهده مشارکتی مورد استفاده در این پروژه به خصوص در هنگام بررسی تفکر ریاضی و تفکر در زندگی روزمره مفید به نظر می رسد. نتایج به دست آمده، نظریه ارائه شده توسط لوریا^{۲۸} [۱۳] و دونالدسون^{۲۹} [۸] را تأیید می کند؛ که تفکر پایدار توسط حس انسانی روزانه می تواند- در یک موضوع مشابه- در سطحی بالاتر از تفکر خارج از متن باشد. آنها همچنین در مورد پداگوژی آموزش عملیات ریاضی به صورت مجزا قبل از به کار بردن آنها در مسائل کلامی شک و تردید دارند.

نتایج ما همچنین با داده های گزارش شده توسط لیو و همکارانش [۱۱] مطابقت دارد، که نشان دادند حل مسئله در سوپرمارکت به طور قابل توجهی بهتر از حل مسئله با کاغذ و قلم است. به نظر می رسد که حل مسئله روزانه ممکن است متفاوت از آنچه در مدارس آموخته می شود؛ انجام شود. در مطالعه حاضر، حل مسئله روزانه با استراتژی هایی شامل انجام عملیات ذهنی بر روی مقادیر انجام می شود در حالی که در موقعیت مدرسه ای، انجام عملیات بر روی نمادها بار محاسبه را به دوش می کشد، در نتیجه انجام محاسبات «به معنای واقعی از واقعیت جدا می شوند» (ببینید، [۱۵، ص. ۴۴۲]). در بسیاری از موارد به نظر می رسد که تلاش ها برای پیروی از روش های تجویز شده توسط مدرسه در واقع در حل مسئله دخیل است (برای اطلاعات بیشتر [۴] را ببینید).

²⁸Luria ²⁹Donaldson

آیا باید به این نتیجه برسیم که مدارس باید به کودکان اجازه دهند تا بدون تلاش برای تحمیل سیستم‌های مرسوم توسعه یافته در فرهنگ، به سادگی روش‌های محاسباتی خود را توسعه دهند؟ ما باور نداریم که نتایج ما منجر به این نتیجه‌گیری شود. محاسبات ذهنی محدودیت‌هایی دارند که می‌توانند از طریق محاسبات نوشتاری برطرف شوند. یکی از آن‌ها، محدودیت ذاتی اعمال شده برای ضرب از طریق جمع‌های متوالی است، یعنی ضرب از طریق جمع‌های زنجیره‌ای مکرر-روشی است که وقتی اعداد بزرگ درگیر می‌شوند به شدت ناکارآمد می‌شود.

نوعی از ریاضیاتی که در مدرسه تدریس می‌شود، پتانسیل این را دارد که به‌عنوان یک «تقویت‌کننده فرایندهای فکری» عمل کند، به معنایی که برونر^{۳۰} [۲] به پتانسیل هر دو {موضوع} ریاضیات و منطق اشاره کرده است. به این ترتیب، ما انکار نمی‌کنیم که روش‌های «ریاضیات مدرسه‌ای» می‌توانند جایگزین‌های غنی‌تر و قدرتمندتری نسبت به روش‌های ریاضی ارائه‌شده در محیط‌های غیرمدرسه، ارائه دهند. به نظر می‌رسد سؤال اصلی درباره نقطه شروع مناسب، از نگاه آموزشی می‌باشد، به عبارت دیگر از کجا شروع کنیم. ما پیشنهاد می‌کنیم که آموزشگران باید مطالعه سیستم‌های ریاضی را به‌عنوان موضوعات رسمی از ابتدا مورد سؤال قرار دهند و به جای آن، راه‌هایی برای این سیستم‌ها در زمینه‌هایی معرفی کنند که این امر توسط حس روزانه انسان پشتیبانی شود.^{۳۱}

۵. تشکر و قدردانی

تحقیقات انجام‌شده از سوی شورای ملی توسعه علمی ایتنسلوجیکا برزیلیا^{۳۲} و شورای بریتانیا^{۳۳} حمایت شد. نویسندگان از پیتر برایانت^{۳۴} برای نظرات مفیدش در مورد گزارش حاضر تشکر می‌کند.

مراجع

- [1] M. T. Berlinck, *Marginalidad Social e RelacGes h Classe em SZo Paulo*, Vozes, Petropolis, RJ, Brazil, 1977.
- [2] J. Bruner, *Relevance of Education*, London, Penguin, 1972.
- [3] T. N. Carraher, D. Carraher and A. Schliemann, Na vida dez, na escola zero: Os contextos culturais da aprendizagem da matematica, *Cadernos de Pesquisa*, **42**, (1982) 79–86. (SHo Paulo, Brazil, special UNESCO issue for Latin America.)
- [4] T. N. Carraher and A. D. Schliemann, Computation routines prescribed by schools: Help or hindrance?, *Journal for Research in Mathematics Education*, **16** no. 1 (1985) 37–44.
- [5] C. Cavalcanti, *Viabilidade do Setor Informal. A Demanda de Pequenos Servicos no Grande Reeve*, Instituto Joaquim Nabuco de Pesquisas Sociais, Recife, PE, Brazil, 1978.
- [6] C. Cavalcanti and R. Duarte, *A Procura de Espaco na Economia Urbana: 0 Setor Informal de Fortaleza*, SUDENE/FUNDAJ, Recife, PE, Brazil, 1980a.
- [7] C. Cavalcanti and R. Duarte, *0 Setor Informal de Salvador: DimensGes. Natureza. SignificagZo*, SUDENE/FUNDAJ, Recife, PE, Brazil, 1980b.
- [8] M. Donaldson, *Children's Minds*, Norton, New York, 1978.
- [9] J. Gay and M. Cole, *The New Mathematics and an Old Culture: A Study of Learning among the Kpelle of Liberia*, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1976.

^{۳۱} ریاضی را به مفاهیم زندگی واقعی متصل نمایند.

^{۳۰}Bruner ^{۳۲}Conselho Nacional de Desenvolvimento Cientifico e Tecnológico, Brasilia ^{۳۳}British Council ^{۳۴}Peter Bryant

- [10] P. N. Johnson-Laird, P. Legrenzi and M. Sonino Legrenzi, Reasoning and a sense of reality, *British Journal of Psychology*, **63** no. 1 (1972) 395–400.
- [11] J. Lave, M. Murtaugh and O. de La Rocha, The dialectical construction of arithmetic practice. In B. Rogoff and J. Lave (eds), *Everyday Cognition: Its Development in Social Context*, Harvard University Press, Cambridge, MA, 1984, 67–94.
- [12] E. A. Lunzer, C. Harrison and M. Davey, The four-card problem and the development of formal reasoning, *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, **24** (1972) 326–339.
- [13] A. R. Luria, *Cognitive Development: Its Cultural and Social Foundations*, Harvard University Press, Cambridge, MA, 1976.
- [14] T. Nunes, D. W. Carragher, and A.D. Schliemann, Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology*, **3** no. 2 (1985) 1–29.
- [15] H. J. Reed and J. Lave, Arithmetic as a tool for investigating relations between culture and cognition, In R. W. Casson (ed.), *Language, Culture and Cognition: Anthropological Perspectives*, Macmillan, New York, 1981.
- [16] P. C. Wason and D. Shapiro, Natural and contrived experience in a reasoning problem, *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, **23** (1971) 63–71.

پویا کریمی

بخش آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران.
گروه پژوهشی آموزش ریاضی، پژوهشکده ریاضی ماهانی، پژوهشگاه افصلی پور، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران.
pouya.karimi1380@gmail.com

پویا کریمی متولد اردیبهشت ماه ۱۳۸۰ در شهر کرمان است. وی در سال ۱۳۹۸ وارد مقطع کارشناسی رشته آموزش ریاضی دانشگاه فرهنگیان شد. در سال ۱۴۰۲ وارد مقطع کارشناسی ارشد رشته آموزش ریاضی دانشگاه شهید باهنر شد. او هم‌اکنون دبیر ریاضی استان کرمان می‌باشد.



ابوالفضل رفیع پور

بخش آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران.
گروه پژوهشی آموزش ریاضی، پژوهشکده ریاضی ماهانی، پژوهشگاه افصلی پور، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران.
rafiepour@uk.ac.ir

ابوالفضل رفیع پور متولد سال ۱۳۵۸ در شهر تهران است. وی پس از فارغ‌التحصیل در دوره دکتری ریاضی با تمرکز بر آموزش ریاضی از دانشگاه شهید بهشتی؛ در سال ۱۳۸۹ وارد بخش ریاضی دانشگاه شهید باهنر کرمان شد و هم‌اکنون دانشیار بخش آموزش ریاضی در این دانشگاه است. یک دوره ریاست خانه ریاضیات کرمان، دو دوره نایب رییس شورای خانه‌های ریاضیات ایران، دو دوره همکاری در هیئت تحریریه مجله فرهنگ و اندیشه ریاضی، دو دوره عضویت در هیئت تحریریه مجله پژوهش در آموزش ریاضی و از مهر ۱۴۰۲ سردبیری مجله پژوهش در آموزش ریاضی از جمله سوابق علمی-اجرایی ایشان است. او هم‌اکنون نماینده انجمن ریاضی ایران در کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی (ایکمای) است.

