



Computational Intelligence in Electrical Engineering
Vol. 12, No. 3, 2021
Research Paper

Obtaining the Optimal Threshold of the Matched Filter Detector in the Presence of Interference with Frequency Flat Fading Channel

Reyhane Sadat Hosseini¹, Syed M ohamad Saberli², Mohammad Farzan Sabahi³

¹ Dept. of Electrical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

² Dept. of Electrical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

³ Dept. of Electrical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

Abstract:

The implemented method for data recovery in some practical code division multiple access (CDMA) systems is the matched filter detector which has zero decision threshold in the symmetric modulations. Because in the multiuser communication systems, the cochannel interference changes the observation noise model to Non-Gaussian one, using zero thresholds is not optimal anymore. In this paper, we obtain the optimal threshold of the matched filter detector in the presence of the block faded interference and fast frequency flat Rayleigh faded desired user signal. We show that the probability of error for this system can be decreased using the obtained optimal threshold. To this end, we derive the analytic probability of error of the communication system with interference which leads to the condition of having an optimal threshold for this system and its value. We have also compared the obtained analytic results with the Monte Carlo simulation curves to validate the derived analytic expressions.

Keywords: Optimal Threshold, Detector, Matched Filter, Rayleigh fading.



2252-083X/ © 2021 The Authors. Published by University of Isfahan
This is an open access article under the CC BY-NC-ND/4.0/ License (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).



<http://dx.doi.org/10.22108/isee.2020.122280.1355>

به دست آوردن آستانه بهینه آشکارساز فیلتر منطبق در حضور تداخلگر با کانال دارای

محوشدگی تخت فرکانسی

ریحانه سادات حسینی^۱، سیدمحمد صابرعلی^۲، محمدفرزان صباحی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی برق - دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه اصفهان - اصفهان

- ایران

r.hoseini@eng.ui.ac.ir

۲- استادیار، گروه مهندسی برق - دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه اصفهان - اصفهان - ایران

sm.saberali@eng.ui.ac.ir

۳- گروه مهندسی برق - دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه اصفهان - اصفهان - ایران

sabahi@eng.ui.ac.ir

چکیده: آشکارساز فیلتر منطبق روشی است که برای بازیابی اطلاعات در برخی سیستم‌های دسترسی چندگانه با تقسیم کد^۱ (CDMA) پیاده‌سازی شده عملی استفاده می‌شود. این آشکارساز در مدولاسیون‌های متقارن، دارای آستانه تصمیم‌گیری صفر است. با توجه به اینکه در سیستم چندکاربره، وجود تداخل هم‌کانال، نویز مشاهده را به حالت غیرگوسی تغییر می‌دهد، استفاده از آستانه صفر در آشکارساز فیلتر منطبق، دیگر بهینه نیست. در این مقاله، آستانه بهینه آشکارساز فیلتر منطبق در حضور تداخلگر با کانال دارای محوشدگی بلوکی تخت فرکانسی و سیگنال کاربر دلخواه دارای محوشدگی سریع تخت فرکانسی رایلی به دست آمده است. سپس نشان داده شد چنانچه از آستانه بهینه استفاده شود، احتمال خطای سیستم بهبود می‌یابد. برای این منظور، احتمال خطای سیستم مخابراتی شامل تداخلگر به صورت تحلیلی به دست آمده است که شرط وجود آستانه بهینه برای این سیستم و مقدار این آستانه بهینه را نتیجه می‌دهد. همچنین نتایج به دست آمده بر مبنای تحلیل ریاضی با نتایج مبتنی بر شبیه‌سازی مونت کارلو مقایسه شده که تطبیق آنها صحت نتایج به دست آمده را تأیید کرده است.

واژه‌های کلیدی: آستانه بهینه، آشکارساز، فیلتر منطبق، محوشدگی رایلی.

۱- مقدمه

مخابرات بی‌سیم، دسترسی چندگانه با تقسیم کد CDMA است که در نسل سوم مخابرات سیار به صورت گسترده پیاده‌سازی شده است [۱]. در این روش، به هر کاربر یک کد اختصاص داده می‌شود که هر کدام از کدهای اختصاص داده شده بر یکدیگر عمودند. این فن‌آوری، به دلیل مقاومت در برابر تداخل چندکاربره^۲ (MAI) و مصونیت در برابر محوشدگی و نیز استفاده کامل از بازه زمانی و طیفی، شایان توجه قرار گرفته است [۱،۲]. چون تعداد مجموعه کدهای عمود بر هم با طول مشخص کم است، در عمل از کدهای غیرمتعامد با خواص

یکی از روش‌های مهم دسترسی چندگانه در شبکه‌های

^۱ تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۹/۰۱/۰۷

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۰۴/۲۰

نام نویسنده مسئول: دکتر سید محمد صابرعلی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - اصفهان - دانشگاه اصفهان - دانشکده

فنی و مهندسی - گروه مهندسی برق

آشکارساز فیلتر منطبق در حضور تداخلگر به دست می‌آید که با انجام تغییرات اندکی در گیرنده قابل پیاده‌سازی است. در سیستم مدنظر، تداخلگر دارای محوشدگی تخت فرکانسی بلوکی و سیگنال کاربر دلخواه دارای محوشدگی تخت فرکانسی سریع رایلی است. محوشدگی بلوکی از جمله محوشدگی‌های آهسته^۸ است که در آن سطح سیگنال برای یک بلوک مشخص، مقدار ثابتی دارد و در بلوک بعدی به مقدار دیگری تغییر پیدا می‌کند [۱۴،۱۳]. محوشدگی رایلی سریع بدین صورت در نظر گرفته می‌شود که مقدار آن در هر بیت به صورت متغیر تصادفی رایلی است و از بیت به بیت تغییر می‌کند. چنین سیستمی در سمت فراسوی^۹ یک سیستم مخابراتی CDMA ایجاد می‌شود، در حالی که یکی از کاربران با سرعت زیاد حرکت کند و دیگری تقریباً ساکن باشد.

ساختار کلی مقاله بدین صورت است که در بخش ۲ فرمول‌بندی کلی مقاله بیان می‌شود. در بخش ۳ احتمال خطای سیستم محاسبه شده و آستانه بهینه به دست آمده است. در بخش ۴ نتایج شبیه‌سازی برای ارزیابی کارایی آشکارساز پیشنهادی ارائه شده‌اند و در نهایت، در بخش ۵ نتیجه کلی مقاله بیان شده است.

۲- فرمول‌بندی مسئله

یک سیستم CDMA شامل تداخلگر در سمت فراسو در نظر گرفته می‌شود که سیگنال دریافتی آن با فرض جبران شدن فاز کانال به صورت زیر است [۱۵]:

$$y(t) = \sqrt{P_0} A_0 b_0 s_0(t) + \sqrt{P_1} A_1 b_1 s_1(t) + n(t) \quad (1)$$

که در رابطه بیان شده، A_i و b_i به ترتیب نشان‌دهنده ضرایب حقیقی محوشدگی کانال و بیت اطلاعات‌اند و $s_i(t)$ شکل موج کاربر i ام با توان واحد است که $i = 0, 1$ در نظر گرفته شده است. همچنین P_0 توان سیگنال دلخواه و P_1 توان تداخلگر را نشان می‌دهد. سمبل‌های اطلاعات مربوط به کاربر دلخواه و تداخلگر $b_i \in \{-1, 1\}$ با احتمالات یکسان دریافت می‌شوند. در رابطه (۱)، سیگنال دریافتی $y(t)$ شامل جماعات $\sqrt{P_1} A_1 b_1 s_1(t)$ که مربوط به کاربر دلخواه، $\sqrt{P_0} A_0 b_0 s_0(t)$ مربوط به تداخل هم‌کانال و $n(t)$ نویز گوسی سفید با میانگین صفر و چگالی طیف توان $\frac{N_0}{2}$ است. در گیرنده این سیستم از

همبستگی متقابل مطلوب استفاده می‌شود [۳،۴]. این نبود تعامد باعث ایجاد تداخل چندکاربره می‌شود و عملکرد فیلتر منطبق متداول را کاهش می‌دهد [۱]؛ از این رو، مسئله آشکارسازی در این سیستم اهمیت ویژه‌ای دارد. تا کنون روش‌های مختلفی برای آشکارسازی سیستم‌های مخابراتی ارائه شده‌اند که در ادامه به صورت مختصر به برخی از آنها اشاره شده است. ساده‌ترین روش برای آشکارسازی سیگنال ارسال‌شده، استفاده از فیلتر منطبق تک‌کاربره است که به دلیل در نظر نگرفتن تداخل هم‌کانال، از عملکرد خوبی برخوردار نیست. روش دیگر برای آشکارسازی چندکاربره، آشکارساز مبتنی بر بیشترین درستمایی^۲ (ML) است که به دلیل در نظر گرفتن تداخل هم‌کانال عملکرد بسیار بهتری نسبت به فیلتر منطبق تک‌کاربره دارد؛ اما در این روش، چنانچه تعداد کاربران فعال افزایش یابند، پیچیدگی محاسباتی بسیار زیاد می‌شود [۵،۶]. یکی دیگر از تکنیک‌های آشکارسازی در سیستم‌های چندکاربره، تکنیک حذف تداخلات متوالی^۴ (SIC) است. در این تکنیک، در هر تکرار، قوی‌ترین سیگنال آشکارسازی می‌شود و سیگنال‌های تداخلی دیگر به‌عنوان نویز در نظر گرفته می‌شوند و سیگنال قوی‌تر پس از آشکارسازی، از سیگنال دریافتی کم می‌شود. این روند تا آشکارسازی تمام سیگنال‌های موجود ادامه می‌یابد [۷،۸]. نوع دیگری از آشکارسازها، آشکارساز حذف تداخل موازی^۵ (PIC) است که به صورت موازی، تداخل میان کاربران را حذف می‌کند. این روش، پیچیدگی محاسباتی بسیار زیادی دارد [۹]. آشکارساز بهینه در حضور نویز گوسی و تداخل چندکاربره که ترکیب این دو نویز مخلوط گوسی^۱ را ایجاد می‌کند، از آشکارساز فیلتر منطبق با آستانه صفر متفاوت است و نیز براساس سطوح آستانه چندگانه محاسبه می‌شود. آشکارسازی به‌وسیله آشکارساز بهینه، با در نظر گرفتن چندین سطح آستانه، پیچیدگی محاسباتی بالایی دارد و برای گیرنده‌هایی با عمر باتری محدود، مانند شبکه حسگر بیسیم^۷ (WSN)، مفید نیست [۱۰].

با توجه به آنچه گفته شد پیاده‌سازی آشکارسازهایی نظیر SIC، PIC و آشکارسازهای با چندین سطح آستانه، در سیستم‌های عملی با دشواری مواجه است؛ به همین دلیل، برخی از سیستم‌های عملی از آشکارساز فیلتر منطبق استفاده می‌کنند [۱۰-۱۲]؛ بنابراین، در این مقاله سطح آستانه بهینه برای

$$c_0 > 0 \text{ و } A_0 > 0 \quad (f(A_0) = \frac{A_0}{c_0^2} e^{\frac{-A_0}{2c_0^2}}) \quad (5)$$

که در این رابطه c_0 پارامتر محوشدگی است. همچنین کانال تداخل هم کانال به صورت محوشدگی بلوکی با طول بلوک برابر با M در نظر گرفته شده است [۱۴، ۱۳].

۳- محاسبه احتمال خطا و به دست آوردن آستانه بهینه

برای محاسبه آستانه بهینه و بهبود عملکرد احتمال خطا ابتدا باید احتمال خطای سیستم به دست آید و سپس با کمینه کردن احتمال خطای محاسبه شده برحسب آستانه تصمیم گیری، آستانه بهینه یافت شود [۱۰]. به دست آوردن احتمال خطای یک سیستم مخابراتی، یکی از مهم ترین معیارهای تحلیل عملکرد این سیستم ها است [۱۶]. با در نظر گرفتن فرم کلی سیگنال دریافتی در رابطه (۳)، احتمال خطای سیستم به صورت زیر محاسبه می شود.

$$P_e = P(\hat{b}_0 = 1 | b_0 = -1)P(b_0 = -1) + P(\hat{b}_0 = -1 | b_0 = 1)P(b_0 = 1) \quad (6)$$

با توجه به رابطه (۶)، برای به دست آوردن احتمال خطا، به محاسبه $P(\hat{b}_0 = 1 | b_0 = -1)$ و $P(\hat{b}_0 = -1 | b_0 = 1)$ نیاز است:

$$P(\hat{b}_0 = 1 | b_0 = -1) = P(y > r_{th} | b_0 = -1) = \int_{r_{th} + \sqrt{P_0}A_0}^{\infty} f_W(w | A_1') dw = \frac{1}{2} [Q(\frac{r_{th} + \sqrt{P_0}A_0 - \sqrt{P_1}A_1'}{\sigma}) + Q(\frac{r_{th} + \sqrt{P_0}A_0 + \sqrt{P_1}A_1'}{\sigma})] \quad (7)$$

که در اینجا، $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2/2} dt$ و r_{th} آستانه تصمیم گیری است. به صورت مشابه $P(\hat{b}_0 = -1 | b_0 = 1)$ برابر است با:

$$P(\hat{b}_0 = -1 | b_0 = 1) = P(y < r_{th} | b_0 = 1) = \int_{-\infty}^{r_{th} - \sqrt{P_0}A_0} f_W(w | A_1') dw = \quad (8)$$

فیلتر منطبق بر $s_0(t)$ استفاده شده که خروجی این فیلتر به صورت زیر است:

$$y = \sqrt{P_0}A_0b_0 + \sqrt{P_1}\lambda A_1b_1 + n \quad (2)$$

در رابطه (۲)، λ بیان کننده ضریب همبستگی دو سیگنال $s_0(t)$ و $s_1(t)$ است و به صورت $\lambda = \int_0^T s_0(t)s_1(t)dt$ تعریف می شود و n متغیر تصادفی گوسی با میانگین صفر و واریانس σ^2 است. با در نظر گرفتن $A_1' = \lambda A_1$ و بازنویسی رابطه (۲) خروجی فیلتر منطبق به صورت زیر است:

$$y = \sqrt{P_0}A_0b_0 + \sqrt{P_1}A_1'b_1 + n \quad (3)$$

در ادامه نشان خواهیم داد در آشکارساز فیلتر منطبق چنانچه از آستانه بهینه استفاده شود، عملکرد احتمال خطای سیستم بهبود می یابد؛ از این رو، برای تحلیل این مسئله در کانال مخابراتی، احتمال خطای سیستم در حالتی به دست می آید که کانال کاربر دلخواه به صورت رایلی سریع و کانال تداخل هم کانال به صورت محوشدگی بلوکی در نظر گرفته شده است. برای آشکارسازی بیت سیگنال کاربر دلخواه مجموع متغیر تصادفی گوسی و تداخل هم کانال به صورت $W = \sqrt{P_1}A_1'b_1 + n$ در نظر گرفته می شود. با توجه به این مسئله که متغیر تصادفی گوسی و بیت باینری تداخل از یکدیگر مستقل اند، تابع چگالی احتمال W از کانونوشن تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی گوسی و تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی $\sqrt{P_1}A_1'b_1$ به دست می آید. با در نظر گرفتن چگالی احتمال متغیر تصادفی $L = \sqrt{P_1}A_1'b_1$ به صورت $f_L(x) = 1/2[\delta(x - \sqrt{P_1}A_1') + \delta(x + \sqrt{P_1}A_1')]$ و با توجه به مطالب بیان شده تابع چگالی احتمال W به صورت زیر است:

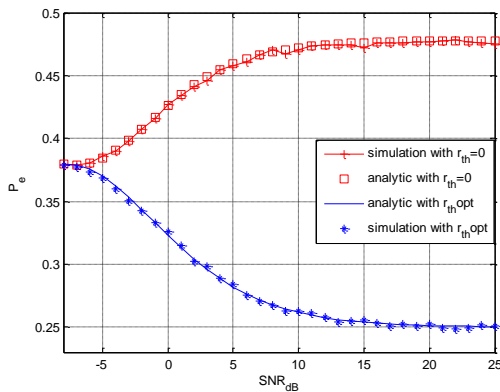
$$f_W(w | A_1') = \frac{1}{2} N(w, \sqrt{P_1}A_1', \sigma^2) + \frac{1}{2} N(w, -\sqrt{P_1}A_1', \sigma^2) \quad (4)$$

که $N(w, \sqrt{P_1}A_1', \sigma^2)$ برابر با $\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(w - \sqrt{P_1}A_1')^2}{2\sigma^2}}$ است. کانال کاربر دلخواه به صورت رایلی سریع در نظر گرفته شده که تابع چگالی احتمال آن به صورت رابطه (۵) است:

۶۸ به دست آوردن آستانه بهینه آشکارساز فیلتر منطبق در حضور تداخلگر با کانال دارای محوشدگی تخت فرکانسی.....

$$r_{th,opt} = \frac{-\sqrt{P_1 A_1'} (1 - e^{\frac{2\sqrt{P_1 A_1'} r_{th,opt}}{\sigma^2 + c_0^2 P_0}})}{2\sqrt{P_1 A_1'} r_{th,opt} (1 + e^{\frac{2\sqrt{P_1 A_1'} r_{th,opt}}{\sigma^2 + c_0^2 P_0}})} \quad (12)$$

با توجه به اینکه معادله (۱۲) به صورت تحلیلی حل شدنی نیست، مقدار دقیق $r_{th,opt}$ با استفاده از روش های عددی محاسبه می شود.



شکل (۱): نمودار تحلیلی و شبیه سازی احتمال خطا در حالتی که کانال تداخلگر به صورت محوشدگی بلوکی با طول $M = 10^2$ و ضریب کانال $A_1' = 0.25$ و کانال کاربر دلخواه به صورت رایلی با پارامتر $c_0 = 1$ برای دو حالت آستانه بهینه و آستانه صفر

در شکل (۱)، احتمال خطای سیستم در دو حالت آستانه بهینه و آستانه صفر بر حسب نسبت سیگنال به نویز براساس روابط (۱۰) و (۱۲) به صورت تحلیلی رسم شده که به صورت $SNR = \frac{P_0}{\sigma^2}$ در نظر گرفته شده است. با توجه به شکل (۱)، احتمال خطای سیستم در حالتی بهبود یافته که از آستانه بهینه استفاده شده است. حال می توان با استفاده از روش کدگذاری کانال مناسب و پیچیدگی کم به میزان احتمال خطای مدنظر رسید.

برای به دست آوردن محل هایی که منحنی های احتمال خطای با آستانه صفر و آستانه بهینه در شکل (۱) بر هم منطبق می شوند و برای تحلیل وضعیت ریشه های معادله (۱۲)، دستگاه معادلات زیر تشکیل می شود:

$$\frac{1}{2} [Q(\frac{-r_{th} + \sqrt{P_0 A_0} - \sqrt{P_1 A_1'}}{\sigma}) + Q(\frac{-r_{th} + \sqrt{P_0 A_0} + \sqrt{P_1 A_1'}}{\sigma})]$$

با جایگذاری روابط (۷) و (۸) در رابطه (۶) احتمال خطا به صورت زیر محاسبه می شود:

$$P_e(\text{error} | A_0) = \frac{1}{4} [Q(\frac{r_{th} + \sqrt{P_0 A_0} - \sqrt{P_1 A_1'}}{\sigma}) + Q(\frac{r_{th} + \sqrt{P_0 A_0} + \sqrt{P_1 A_1'}}{\sigma}) + Q(\frac{-r_{th} + \sqrt{P_0 A_0} - \sqrt{P_1 A_1'}}{\sigma}) + Q(\frac{-r_{th} + \sqrt{P_0 A_0} + \sqrt{P_1 A_1'}}{\sigma})] \quad (9)$$

در رابطه (۹) احتمال خطا با شرط معلوم بودن A_0 محاسبه شده است. برای برداشتن این شرط باید روی تمام مقادیر ممکن A_0 انتگرال گیری شود؛ بنابراین، پس از انتگرال گیری و ساده سازی محاسباتی داریم:

$$P_e(\text{error}) = \int_0^{\infty} P_e(\text{error} | A_0) f(A_0) dA_0 \quad (10)$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{P_0} a c_0}{4\sqrt{\sigma^2 + c_0^2 P_0}} - \frac{\sqrt{P_0} b c_0}{4\sqrt{\sigma^2 + c_0^2 P_0}}$$

که در اینجا، پس از ساده سازی انجام شده، $a = e^{\frac{-(r_{th} + \sqrt{P_1 A_1'})^2}{2(\sigma^2 + c_0^2 P_0)}}$ و $b = e^{\frac{-(r_{th} - \sqrt{P_1 A_1'})^2}{2(\sigma^2 + c_0^2 P_0)}}$ در نظر گرفته شده است. حال که احتمال خطا محاسبه شد، آستانه بهینه تصمیم گیری به دست می آید. آستانه ای، آستانه بهینه در نظر گرفته می شود که احتمال خطای سیستم با استفاده از آن به حداقل میزان خود برسد. پس برای به دست آوردن آستانه بهینه تصمیم گیری، از رابطه (۱۰) بر حسب r_{th} مشتق گرفته و برابر با صفر قرار می دهیم و با ساده سازی این رابطه، مقدار آستانه بهینه را به صورت زیر به دست می آوریم.

$$\frac{dP_e}{dr_{th}} = \frac{\sqrt{P_0} c_0}{4\sqrt{\sigma^2 + c_0^2 P_0}} \left[\frac{(r_{th} - \sqrt{P_1 A_1'})}{(\sigma^2 + c_0^2 P_0)} e^{\frac{-(r_{th} - \sqrt{P_1 A_1'})^2}{2(\sigma^2 + c_0^2 P_0)}} + \frac{(r_{th} + \sqrt{P_1 A_1'})}{(\sigma^2 + c_0^2 P_0)} e^{\frac{-(r_{th} + \sqrt{P_1 A_1'})^2}{2(\sigma^2 + c_0^2 P_0)}} \right] = 0 \quad (11)$$

پس از انجام محاسبات و ساده سازی رابطه (۱۱) داریم:

پس از ساده سازی رابطه (۱۴) و قراردادن $r_{th} = 0$ داریم:

$$\left. \frac{dy_2}{dr_{th}} \right|_{r_{th}=0} = \frac{(\sqrt{P_1 A_1'})^2}{\sigma^2 + c_0^2 P_0} \quad (15)$$

برای داشتن سه محل برخورد، رابطه (۱۵)، که شیب نمودار y_2 را در نقطه $r_{th} = 0$ نشان می‌دهد، بزرگ‌تر از یک قرار داده می‌شود و پس از ساده‌سازی، شرط داشتن سه محل برخورد به صورت زیر است:

$$A_1'^2 P_1 - \sigma^2 - c_0^2 P_0 > 0 \quad (16)$$

شرط داشتن ریشه‌های غیر صفر r_{th} ، با توجه به رابطه (۱۶) به صورت زیر است:

$$A_1'^2 P_1 - c_0^2 P_0 > \sigma^2 \quad (17)$$

که در این حالت آستانه بهینه مخالف صفر است و کارایی سیستم بهبود پیدا کرده است و چنانچه شرط (۱۷) برقرار نباشد، تنها یک ریشه وجود دارد و آن ریشه، صفر است که در این حالت، نمودارهای آستانه صفر و آستانه بهینه در شکل (۱) بر یکدیگر منطبق می‌شوند.

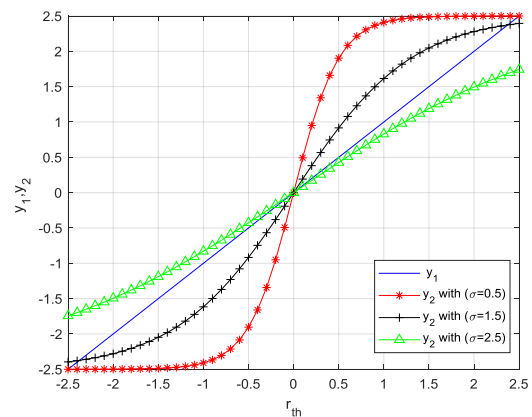
۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی برای بررسی روش پیشنهادی ارائه شده‌اند. کلیه نتایج در حالتی بررسی شده‌اند که کانال کاربر دلخواه به صورت رایلی با پارامتر محوشدگی $c_0 = 1$ است که این پارامتر طبق مقاله [۱۵] انتخاب شده است. کانال تداخل هم‌کانال به صورت محوشدگی بلوکی با طول بلوک برابر با $M = 10^2$ و ضریب کانال محوشدگی برابر با $A_1' = 0.25$ است. نسبت توان سیگنال کاربر دلخواه و به توان تداخلگر برابر با $\frac{P_0}{P_1} = 0.01$ است. همان‌طور که گفته شد $SNR = \frac{P_0}{\sigma^2}$ تعریف شده که در اینجا $P_0 = 1$ در نظر گرفته شده است. درخور ذکر است کلیه نتایج برای 10^2 نمونه از بیت‌های اطلاعات در 10^3 تکرار به دست آمده است.

در شکل (۱)، نتایج تئوری و شبیه‌سازی احتمال خطای سیستم برای دو حالت آستانه صفر و آستانه بهینه بر حسب نسبت سیگنال به نویز، براساس روابط (۱۰) و (۱۲) به دست آمده است که کاملاً بر یکدیگر منطبق‌اند. همان‌طور

$$\begin{cases} y_1 = r_{th} \\ y_2 = \frac{-\sqrt{P_1 A_1'} (1 - e^{\frac{2\sqrt{P_1 A_1'} r_{th}}{\sigma^2 + c_0^2 P_0}})}{1 + e^{\frac{2\sqrt{P_1 A_1'} r_{th}}{\sigma^2 + c_0^2 P_0}}} \end{cases} \quad (13)$$

و جواب‌های آن بررسی می‌شود. پس از رسم منحنی و خط در دستگاه معادلات (۱۳)، محل تلاقی دو نمودار y_1 و y_2 به دست می‌آید که مقادیر آستانه تصمیم‌گیری را نشان می‌دهد.



شکل (۲): رسم روابط موجود در (۱۳)، در حالتی که ضریب محوشدگی کانال تداخلگر برابر با $A_1' = 0.25$ و پارامتر محوشدگی رایلی در کانال کاربر دلخواه برابر با $c_0 = 1$ و نسبت توان سیگنال کاربر دلخواه به توان تداخلگر برابر با

$$\frac{P_0}{P_1} = 0.01 \text{ است}$$

در شکل (۲)، محل تلاقی دو نمودار نمایش داده شده است؛ چنانچه شیب منحنی y_2 در نقطه $r_{th} = 0$ بیشتر از یک باشد، سه محل برخورد بین دو منحنی y_1 و y_2 دیده می‌شود که در این حالت یک ریشه صفر و دو ریشه غیر صفر داریم؛ در غیر این صورت، تنها یک محل برخورد در صفر مشاهده می‌شود. برای به دست آوردن شیب نمودار y_2 به صورت زیر عمل می‌شود:

$$\frac{dy_2}{dr_{th}} = \frac{d}{dr_{th}} \left(\frac{-\sqrt{P_1 A_1'} (1 - e^{\frac{2\sqrt{P_1 A_1'} r_{th}}{\sigma^2 + c_0^2 P_0}})}{1 + e^{\frac{2\sqrt{P_1 A_1'} r_{th}}{\sigma^2 + c_0^2 P_0}}} \right) \quad (14)$$

۷۰ به دست آوردن آستانه بهینه آشکارساز فیلتر منطبق در حضور تداخلگر با کانال دارای محوشدگی تخت فرکانسی.....

می شود دلیل به وجود آمدن کف خطا این است که آشکارساز بیشترین درستی برای مسئله (۳) یک آشکارساز چندآستانه ای است و وقتی تنها از یک آستانه استفاده می شود، یک میزان خطای مشخص همواره در سیستم باقی می ماند.

در شکل (۳)، نتایج شبیه سازی احتمال خطا در دو حالت آستانه بهینه و آستانه صفر برحسب پارامتر رایلی و برای واریانس های مختلف متغیر تصادفی گوسی رسم شده است. مشاهده می شود در پارامتر رایلی $c_0 = 1$ تقریباً برای بیشتر واریانس ها، بیشترین میزان بهبود احتمال خطا با استفاده از آستانه بهینه وجود دارد. با استفاده از شرط به دست آمده در رابطه (۱۶)،

محلی که دو منحنی احتمال خطا در دو حالت آستانه بهینه و آستانه صفر در شکل (۳) بر یکدیگر منطبق می شوند، برای مقادیر مختلف واریانس متغیر تصادفی گوسی در نظر گرفته شده محاسبه می شود؛ برای مثال، چنانچه مقدار انحراف معیار متغیر تصادفی گوسی برابر با $\sigma = 1.5$ در نظر گرفته شود، طبق رابطه (۱۶)، چنانچه $c_0 > 2$ باشد، دو منحنی احتمال خطا با آستانه بهینه و آستانه صفر در شکل (۳) بر یکدیگر منطبق اند؛ در غیر این صورت، احتمال خطا با استفاده از آستانه بهینه بهبود می یابد.

با توجه به بخش ۳، می توان برای سیستم مبتنی بر آستانه بهینه با استفاده از کدگذاری کانال مناسب و پیچیدگی کم به احتمال خطای مدنظر رسید. برای اینکه میزان بهبود عملکرد سیستم با آستانه بهینه بهتر دیده شود، در این بخش ظرفیت سیستم مخابراتی با آستانه صفر و آستانه بهینه به دست می آید. برای محاسبه ظرفیت این دو سیستم مخابراتی، باید توجه شود سیستم مخابراتی با آستانه صفر و غیر صفر، می تواند به ترتیب با کانال متقارن باینری^۱ و کانال نامتقارن باینری^{۱۱} مدل شود که با داشتن احتمالات گذر $(b_0 = -1 | \hat{b}_0 = 1)$ و

$(b_0 = 1 | \hat{b}_0 = -1)$ به طور کامل مشخص می شود. ظرفیت اینگونه کانال ها با استفاده از رابطه داده شده در [۱۷] محاسبه می شود که در شکل (۴) بر حسب پارامتر کانال رایلی برای هر دو حالت آستانه صفر و آستانه بهینه و $\sigma = 0.5, 1.5$ رسم شده اند. از مشاهده شکل (۴) دو نتیجه مهم گرفته می شود. اولین نتیجه این است که برای $\sigma = 0.5$ که استفاده از آستانه بهینه بهبود بیشتری در منحنی های احتمال خطا به وجود می آورد، ظرفیت سیستم مخابراتی با آستانه بهینه نیز افزایش چشمگیری

که مشخص است احتمال خطا در حالت آستانه بهینه بهبود یافته است. با در نظر گرفتن رابطه (۱۷) و با توجه به مقادیر در نظر گرفته شده در این مقاله، چنانچه $SNR_{dB} < -7.2$ باشد، دو منحنی موجود در شکل (۳) بر یکدیگر منطبق اند و چنانچه $SNR_{dB} \geq -7.2$ باشد، شاهد بهبود احتمال خطا با استفاده از آستانه بهینه ایم. با توجه به روابط (۱۰) و (۱۲)، چنانچه $\sigma \rightarrow 0$ میل کند، احتمال خطای سیستم در حالتی که از آستانه بهینه استفاده شود، در $P_e = 0.25$ ثابت باقی می ماند. این مقدار کف خطا از روابط (۱۰) و (۱۲) به دست می آید. برای این منظور، ابتدا معادله (۱۲) برای $\sigma \rightarrow 0$ ساده سازی می شود. با این فرض، معادله (۱۲) به شکل زیر در می آید:

$$r_{th,opt} = \frac{2\sqrt{P_1 A_1'} r_{th,opt} - \sqrt{P_1 A_1'} (1 - e^{-\frac{c_0^2 P_0}{2\sqrt{P_1 A_1'} r_{th,opt}}})}{(1 + e^{-\frac{c_0^2 P_0}{2\sqrt{P_1 A_1'} r_{th,opt}}})}$$

با فاکتورگیری $e^{-\frac{c_0^2 P_0}{2\sqrt{P_1 A_1'} r_{th,opt}}}$ در صورت و مخرج سمت راست معادله فوق، معادله به صورت زیر نوشته می شود:

$$r_{th,opt} = \sqrt{P_1 A_1'} \tanh\left(\frac{\sqrt{P_1 A_1'} r_{th,opt}}{c_0^2 P_0}\right)$$

حال با توجه به مقادیر پارامترهای موجود $P_1 = 100$ ، $\tanh(x) = 1$ و تقریب $c_0 = 1$ ، $A_1' = 0.25$ ، $P_0 = 1$ برای مقادیر x مثبت بزرگ خواهیم داشت $r_{th,opt} \approx \sqrt{P_1 A_1'} \approx 2.5$ بودن آرگومان $\tanh(x)$ سازگار است؛ البته در شکل (۲) هم دیده می شود با کاهش واریانس نویز کانال، مقدار آستانه بهینه به ۲.۵ نزدیک می شود. با قراردادن مقدار آستانه بهینه برای حالت با نویز بسیار ضعیف در روابط، پس از رابطه (۱۰) خواهیم داشت $b = 3 \times 10^{-6}$ و $a = 1$ ؛ در نتیجه، با استفاده از رابطه (۱۰) احتمال خطا به صورت زیر به دست می آید:

$$P_e = 0.5 - 0.25 - .75 \times 10^{-6} \approx 0.25$$

که همان کف احتمال خطایی است که در شکل (۱) دیده

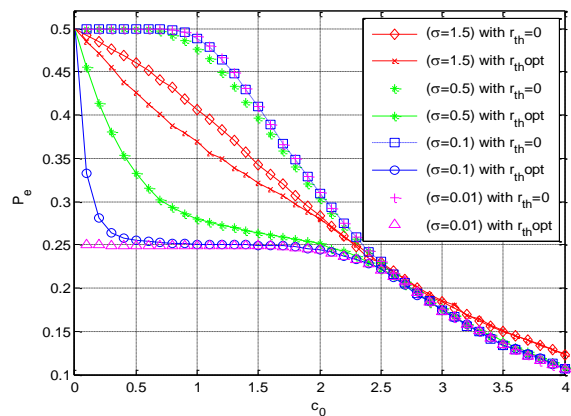
۵- نتیجه گیری

در این مقاله، عملکرد آشکارساز فیلتر منطبق در سیستم مخابراتی شامل تداخلگر و دارای محوشدگی در دو حالت آستانه بهینه و آستانه صفر بررسی شد. با محاسبه احتمال خطای سیستم و کمینه کردن آن بر حسب آستانه، آستانه بهینه به دست آمد. همچنین با استفاده از روابط تحلیلی، شرط داشتن آستانه تصمیم گیری بهینه غیر صفر محاسبه شد و با استفاده از این آستانه احتمال خطای سیستم بهبود یافت. همچنین نشان داده شد استفاده از آستانه بهینه نه تنها احتمال خطای سیستم را کاهش می دهد، ظرفیت کانال معادل سیستم مخابراتی را نیز افزایش می دهد که باعث می شود بتوان با استفاده از کد تصحیح خطا با نرخ بسیار بیشتر به احتمال خطای به میزان دلخواه کوچک رسید.

مراجع

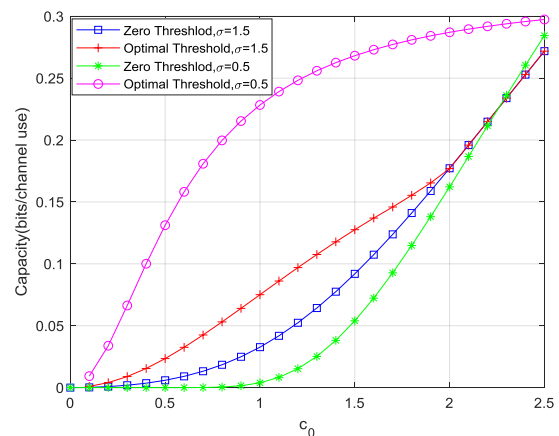
- [1] M. Marey and H. Mostafa, "Iterative Channel Estimation Algorithm For Downlink MC-CDMA Systems With Two-Path Successive Relaying Transmission," IEEE Communications Letters, Vol. 23, No. 4, pp. 668-671, February 2019.
- [2] Y. Shen, Y. Wang, Z. Peng, and S. Wu, "Multiple-access interference mitigation for acquisition of code-division multiple-access continuous-wave signals," IEEE Communications Letters, Vol. 21, No. 1, pp. 192-195, November 2016.
- [3] H. D. Schotten and H. Hadinejad-Mahram, "Analysis of a CDMA downlink with non-orthogonal spreading sequences for fading channels," in VTC2000-Spring. 2000 IEEE 51st Vehicular Technology Conference Proceedings (Cat. No. 00CH37026), 2000, Vol. 3: IEEE, pp. 1782-1786.
- [4] L. Lu and V. K. Dubey, "Extended orthogonal polyphase codes for multicarrier CDMA system," IEEE communications letters, Vol. 8, No. 12, pp. 700-702, December 2004.
- [5] S. Verdú, "Minimum probability of error for asynchronous Gaussian multiple-access channels," IEEE transactions on information theory, Vol. 32, No. 1, pp. 85-96, March 1986.
- [6] T. J. Lim, L. K. Rasmussen, and H. Sugimoto, "An asynchronous multiuser CDMA detector based on the Kalman filter," IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 16, No. 9, pp. 1711-1722, December 1998.
- [7] G. Bartoli, N. C. Beaulieu, R. Fantacci, and D. Marabissi, "An effective multiuser detection scheme for MPR random access networks," IEEE Transactions on Communications, Vol. 65, No. 3, pp. 1119-1130, December 2016.
- [8] F. Kara and H. Kaya, "BER performances of downlink and uplink NOMA in the presence of SIC errors over

نسبت به سیستم با آستانه صفر نشان می دهد. دومین نتیجه این است که برای مقادیر c_0 که در نامساوی (۱۷) صدق می کند، ظرفیت سیستم مخابراتی با آستانه بهینه، بسیار بیشتر از ظرفیت سیستم مخابراتی با آستانه صفر است؛ برای مثال، در $c_0 = 1.2$ ظرفیت سیستم مخابراتی با آستانه بهینه حدود 0.25 است که نشان می دهد با یک کد تصحیح خطا با نرخ حدود 0.25 می توان به احتمال خطای به اندازه کافی کوچک رسید؛ در حالی که در سیستم مخابراتی با آستانه صفر ظرفیت کانال معادل بسیار کم است و برای مخابرات با قابلیت اعتماد بالا به کد تصحیح خطا با نرخ بسیار کم نیاز است که به کاهش بازدهی پهنای باند سیستم منجر خواهد شد.



شکل (۳): احتمال خطا در دو حالت آستانه بهینه و آستانه صفر بر

حساب پارامتر رایلی



شکل (۴): ظرفیت کانال در دو حالت آستانه بهینه و آستانه صفر بر

حساب پارامتر رایلی

- [13] A. Mahmood and R. Jäntti, "Packet error rate analysis of uncoded schemes in block-fading channels using extreme value theory," *IEEE Communications Letters*, Vol. 21, No. 1, pp. 208-211, October 2016.
- [14] H. Shao and N. C. Beaulieu, "An investigation of block coding for Laplacian noise," *IEEE Transactions on Wireless Communications*,
- [15] A. M. Rabiei and N. C. Beaulieu, "An analytical expression for the BER of an individually optimal single cochannel interferer BPSK receiver," *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 55, No. 1, pp. 60-63, January 2007.
- [16] Z. Sharifian, M. Omid and H. Saeedi- Sourck, "BER calculation in C-SMT multicarrier communication system," *Computational Intelligence in Electrical Engineering*, Vol. 8, No. 1, pp. 25-36, 2017.
- [17] S. M. Moser, P.-N. Chen, and H.-Y. Lin, "Error probability analysis of binary asymmetric channels," *Information Theory Laboratory, Department of Electrical and Computer Engineering, National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan, Technical Report NSC 97-2221-E-009-003-MY30*, January 2012.
- fading channels," *IET Communications*, vol. 12, no. 15, pp. 1834-1844, September 2018.
- [9] D. W. Matolak and B. Wang, "Efficient statistical parallel interference cancellation for DS-CDMA in Rayleigh fading channels," *IEEE Transactions On Wireless Communications*, Vol. 6, No. 2, pp. 566-574, February 2007.
- [10] S. Bayram and S. Gezici, "On the performance of single-threshold detectors for binary communications in the presence of Gaussian mixture noise," *IEEE transactions on communications*, Vol. 58, No. 11, pp. 3047-3053, September 2010.
- [11] S. Rajagopal, S. Bhashyam, J. R. Cavallaro, and B. Aazhang, "Real-time algorithms and architectures for multiuser channel estimation and detection in wireless base-station receivers," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, Vol. 1, No. 3, pp. 468-479, July 2002.
- [12] S. M. Saberli and H. Amindavar, "Low-complexity ad-hoc non-linearities for blind multiuser detection of long-code code-division multiple access signals and asymptotic performance evaluation," *IET Communications*, Vol. 8, No. 9, pp. 1527-1533, June 2014.

¹ Code Division Multiple Access

² Multiple Access Interference

³ Maximum Likelihood

⁴ Successive Interference Cancellation

⁵ Parallel Interference Cancellation

⁶ Gaussian Mixture

⁷ Wireless Sensor Networks

⁸ Slow fading

⁹ Uplink

¹⁰ Binary Symmetric Channel

¹¹ Binary Asymmetric Channel