

مدیریت تولید و عملیات، دوره ششم شماره (۲) پیاپی (۱۱)، پاییز و زمستان ۱۳۹۴

دریافت: ۹۲/۱۰/۴ پذیرش: ۹۳/۴/۱

صص: ۱-۲۰

## بررسی ارزش زمانی پول در زنجیره تأمین تحت برنامه مدیریت موجودی توسط فروشنده

مصطفی پارسا<sup>۱\*</sup>، ناصر ملاوردی اصفهانی<sup>۲</sup>، رضا توکلی مقدم<sup>۳</sup>، احمد کمالی<sup>۴</sup>

۱- کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

۲- استادیار دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

۳- استاد گروه مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۴- کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف‌آباد، نجف‌آباد، ایران

### چکیده

مدیریت موجودی توسط فروشنده (VMI) به عنوان یکی از موفق‌ترین روش‌ها در زمینه‌ی بهبود، یکپارچگی و ساده‌سازی زنجیره تأمین شناخته شده است. با توجه به این‌که در مطالعات پیشین تأثیر ارزش زمانی پول در مدل‌های تحلیلی VMI بررسی نشده است، از این‌رو در این مقاله مدل‌های زنجیره تأمین دو سطحی شامل یک تولیدکننده و چند خرده‌فروش تحت برنامه‌ی VMI با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول و بدون توجه به آن توسعه داده شد. با استفاده از آزمون فرض آماری استنباط شد که خطای ناشی از در نظر نگرفتن ارزش زمانی پول در مساله‌ی تحت بررسی قابل توجه است. این امر نشان‌دهنده‌ی اهمیت توجه به ارزش زمانی پول در تعیین سیاست‌های بهینه‌ی بازسازی تحت سیستم VMI است

واژه های کلیدی: زنجیره تأمین، مدیریت موجودی توسط فروشنده، ارزش زمانی پول، آزمون فرض آماری

## مقدمه

در طول دهه گذشته، تمایل چشمگیری به سمت تحقیقات وابسته به مدیریت زنجیره تأمین (SCM<sup>۱</sup>) وجود داشته است؛ چرا که این زمینه باعث بهبود کارایی و کاهش هزینه می‌شود. هر جزء از زنجیره تأمین با استفاده از رویکردهایی می‌تواند منافع را از طریق همکاری نزدیک‌تر با سایر اجزاء و یکپارچه‌سازی و ساده‌سازی فرآیندهای گوناگون کسب کند (بن‌دایا و همکاران، ۲۰۰۸). یکی از این رویکردها مدیریت موجودی توسط فروشنده (VMI<sup>۲</sup>) است که به عنوان یکی از موفق‌ترین روش‌ها در زمینه بهبود، یکپارچگی و ساده‌سازی زنجیره تأمین شناخته شده است (استپ‌لتون و همکاران، ۲۰۰۶).

VMI، مشارکتی بین تأمین‌کننده (اغلب تولیدکننده) و خرده‌فروشان است که به موجب آن تأمین‌کننده تصمیمات مربوط به بازپرسازی خرده‌فروشان را اتخاذ می‌کند. دو رویه درمورد حق مالکیت بر موجودی خرده‌فروشان در سیستم VMI شناخته شده است. در رویه اول تا زمانی که خرده‌فروش کالاها را به فروش نرسانده است، تأمین‌کننده پولی را از او دریافت نمی‌کند. در واقع تأمین‌کننده مالک موجودی است که در اختیار خرده‌فروش است. در این حالت هزینه موجودی تأمین‌کننده برابر با کل هزینه‌های موجودی سیستم است. به این رویه "موجودی تحت مالکیت تأمین‌کننده"<sup>۳</sup> یا "VMI به شکل امانتی"<sup>۴</sup> گفته می‌شود (وانگ و همکاران، ۲۰۰۴). در رویه دوم خرده‌فروش به محض دریافت محموله، پول آن را به تأمین‌کننده پرداخت می‌کند. در واقع خرده‌فروش بعد از

دریافت سفارش مالک موجودی و متحمل هزینه‌های آتی آن مانند هزینه نگهداری است. به این رویه "VMI به شکل غیرامانتی"<sup>۵</sup> گفته می‌شود (لی و چو، ۲۰۰۵؛ یآ و همکاران، ۲۰۱۰).

اگرچه محاسن VMI (چه امانتی و چه غیرامانتی) در بهبود عملکرد زنجیره تأمین غیرقابل انکار است؛ اما در اجرا با مشکلاتی نیز همراه است (گوآن و ژا، ۲۰۱۰). به‌طور مثال در VMI غیرامانتی به سود تأمین‌کننده است که برای صرفه‌جویی در هزینه‌های نگهداری و ارسال خود، موجودی زیادی را در هر بازپرسازی به خرده‌فروشان منتقل کند. این امر سبب افزایش هزینه‌های خرده‌فروشان (هزینه نگهداری آن‌ها) می‌شود. به منظور جلوگیری از این مشکل، موافقت‌نامه‌های قراردادی بین تأمین‌کننده و خرده‌فروشان منعقد می‌شود. این قراردادها هزینه جریمه به ازای هر واحد کالا و حد بالای سطح موجودی هر یک از خرده‌فروشان را دربرمی‌گیرد و تأمین‌کننده با صادر کردن سفارش بیش از حدود مقرر شده در قرارداد جریمه می‌شود (فرآی و همکاران، ۲۰۰۱؛ شاه و گه، ۲۰۰۶؛ چن و همکاران، ۲۰۰۶؛ درویش و آده، ۲۰۱۰).

موافقت‌نامه‌های مذکور به‌طور مستقیم در هیچ یک از مدل‌های ریاضی ارائه شده برای VMI به جز مقاله‌های فرآی و همکاران (۲۰۰۱)، شاه و گه (۲۰۰۶) و چن و همکاران (۲۰۰۶) در حالت یک خریدار و یک فروشنده و درویش و آده (۲۰۱۰) در حالت یک فروشنده و چند خریدار انعکاس داده نشده است. کمبود جدی تحقیقات علمی در این زمینه وجود دارد. علاوه بر این، خلأ مطالعاتی بزرگتر

تولیدکننده با نرخ ثابت  $p$  در سال محصولی را تولید می‌کند. وقتی که مقدار موجودی تولیدی به اندازه مضربی طبیعی از مجموع مقدار بازپرسازی خرده‌فروشان ( $nq$ ) می‌رسد، تولید متوقف می‌شود. در این لحظه موجودی به شکل آنی به اندازه مقدار مجموع بازپرسازی خرده‌فروشان ( $q$ ) به آنها فرستاده می‌شود. در نتیجه موجودی تولیدکننده به مقدار  $(n-1)q$  کاهش و موجودی هر یک از خرده‌فروشان به مقدار  $q_j$  افزایش می‌یابد. فرض می‌شود که توسط سیستم VMI بازپرسازی خرده‌فروشان همزمان و با دوره‌های یکسان انجام می‌شود. این فرض در سیستم VMI منطقی است؛ چرا که فروشنده باید تصمیم بگیرد که چه زمانی و به چه مقدار بازپرسازی‌ها را انجام دهد. هر یک از خرده‌فروشان موجودی را با نرخ ثابت  $D_j$  مصرف می‌کنند. در لحظه به صفر رسیدن همزمان موجودی خرده‌فروشان (به علت فرض یکسان بودن دوره‌های بازپرسازی آنها) دوباره مقدار موجودی به اندازه مجموع مقدار بازپرسازی خرده‌فروشان ( $q$ ) از تولیدکننده به خرده‌فروشان فرستاده می‌شود. این سیکل آنقدر ادامه می‌یابد تا موجودی تولیدکننده به صفر برسد. آنگاه از این لحظه به مدت  $(\frac{q}{D} - \frac{nq}{p})$  موجودی تولیدکننده صفر باقی می‌ماند و سپس سیکل جدید از سر گرفته می‌شود و تولید با نرخ  $p$  آغاز می‌شود (شکل ۱).

تحت فضای VMI غیرامانتی به سود تولیدکننده است که برای صرفه‌جویی در هزینه‌های نگهداری و ارسال خود، سطح موجودیش را با انتقال مقادیر زیاد موجودی به خرده‌فروشان پائین نگه دارد. این کار باعث تحمیل هزینه‌های بالای نگهداری به خرده

دیگری نیز در حوزه VMI وجود دارد. به جز مقاله‌ی پارسا و همکاران (۱۳۹۰) در هیچ یک از پژوهش‌های پیشین، ارزش زمانی پول در مدل‌های یکپارچه‌ی موجودی VMI لحاظ نشده است. هدف از مقاله‌ی پارسا و همکاران (۱۳۹۰) ارائه مدل‌های تصمیم‌گیری برای اجرای سیستم VMI یا سنتی با مقایسه زنجیره‌های تأمین تحت "برنامه‌ی VMI" و "برنامه‌ی سنتی" بوده است. در حالی که هدف از این پژوهش بررسی تأثیر ارزش زمانی پول در زنجیره تأمین تحت برنامه‌ی VMI با مقایسه‌ی دو حالت "با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول" و "بدون لحاظ کردن ارزش زمانی پول" است. ضمناً اشتباهات و نقایص مدل VMI ارائه شده توسط پارسا و همکاران (۱۳۹۰) در این پژوهش، اصلاح شده است. در یک نگاه کلی در این پژوهش تأثیر ارزش زمانی پول در زنجیره تأمین دو سطحی شامل یک تولیدکننده و چند خرده‌فروش تحت برنامه‌ی VMI غیرامانتی با در نظر گرفتن موافقت‌نامه‌های قراردادی مذکور و ارزش زمانی پول بررسی می‌شود.

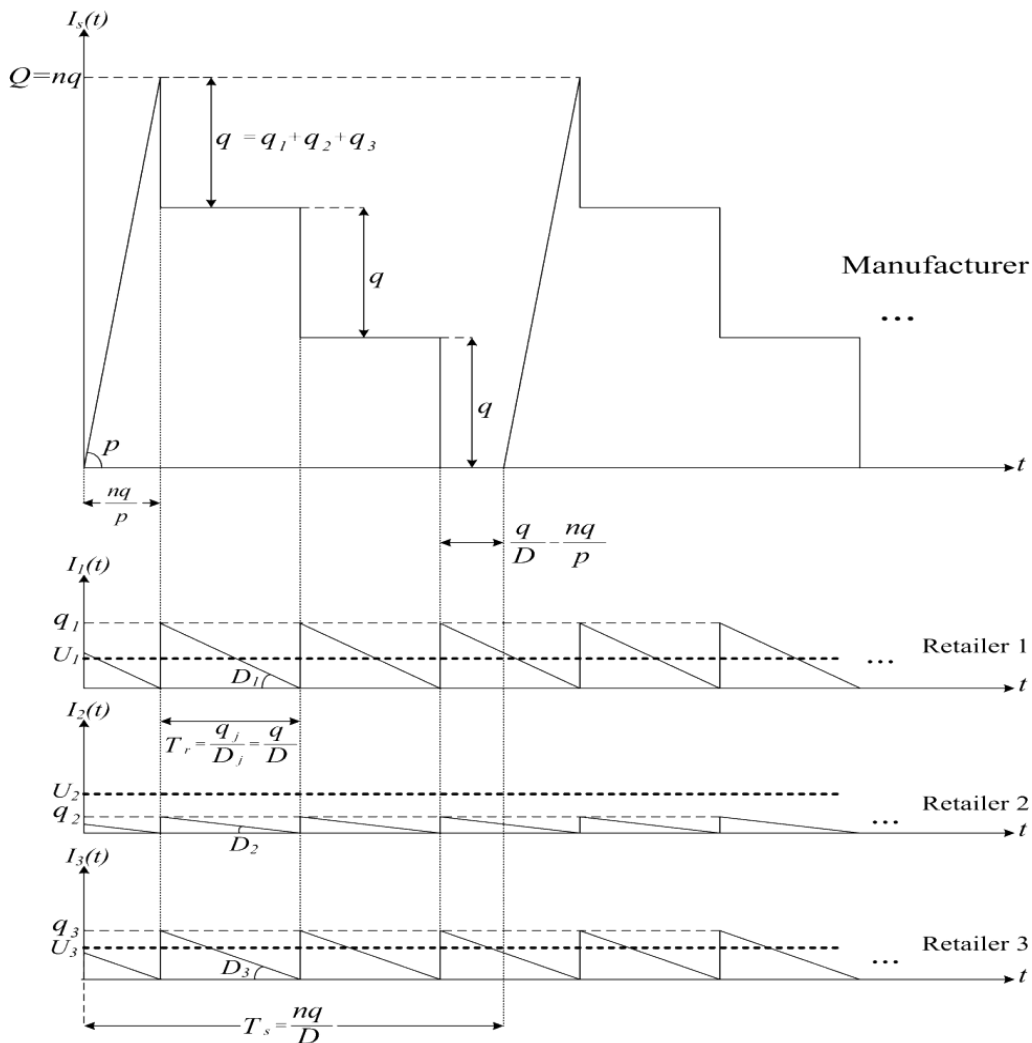
ادامه مقاله به شکل زیر ساختار بندی شده است: بیان مساله و فرضیه‌ها در بخش بعدی قرار داده شده است. نمادگذاری مساله در بخش ۳ موجود است. مدل‌سازی‌های ریاضی مساله در بخش ۴ ارائه شده است. آنالیز حساسیت برای بررسی تأثیر ارزش زمانی پول در بخش ۵ و در بخش پایانی نتیجه‌گیری انجام می‌شود.

## ۱- بیان مساله و فرضیه‌ها

زنجیره تأمین دو سطحی تک محصولی شامل یک تولیدکننده و چند خرده‌فروش را در نظر بگیرید.

فروشان می‌شود. از این رو به منظور جلوگیری از این روند، برنامه VMI قراردادهایی بین فروشنده و خرده‌فروشان را شامل می‌شود. معمولاً این قراردادها هزینه جریمه به ازای هر واحد کالا ( $\pi_j$ ) و حد بالای سطح موجودی ( $U_j$ ) هر یک از خرده‌فروشان را دربر می‌گیرد. تولیدکننده با صادر کردن سفارش

بیش از حدود مقرر شده در قرارداد جریمه می‌شود. هدف از طرح این مساله توسعه‌ی مدل‌های یکپارچه‌ی موجودی زنجیره‌تأمین مذکور تحت برنامه‌ی VMI یاد شده با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول و بدون توجه به آن برای بررسی تأثیر ارزش زمانی پول است.



شکل ۱- نمودار موجودی برحسب زمان در سیستم یکپارچه‌ی مدیریت موجودی توسط فروشنده با یک تولیدکننده و سه خرده‌فروش

(۱۳) محدودیت سرمایه‌ی درگیر در موجودی، فضای انبار، تعداد سفارشات سالیانه و منبع تولیدی وجود ندارد.

همچنین، مدل‌های ریاضی ارائه شده در این پژوهش براساس فرض‌های زیر توسعه داده شده است:

## ۲- نمادگذاری

$m$ : تعداد خرده‌فروشان  
 $p$ : مقدار تولید تولیدکننده در سال (نرخ تولید تولیدکننده)  
 $D_j$ : مقدار تقاضای خرده‌فروش  $j$  ام در سال (نرخ تقاضای خرده‌فروش  $j$  ام)  
 $D = \sum_{j=1}^m D_j$ : مجموع مقدار تقاضای خرده‌فروشان در سال  
 $I_s(t)$ : تابع موجودی تولیدکننده برحسب زمان  
 $I_j(t)$ : تابع موجودی خرده‌فروش  $j$  ام برحسب زمان  
 $A_s$ : هزینه ثابت هر بار تولید  
 $A_j$ : هزینه سفارش‌دهی خرده‌فروش  $j$  ام در هر بازپرسی  
 $h_s$ : هزینه نگهداری تولیدکننده در سال برای هر واحد محصول  
 $h_j$ : هزینه نگهداری خرده‌فروش  $j$  ام در سال برای هر واحد محصول  
 $\pi_j$ : هزینه جریمه‌ی هر واحد موجودی اضافی خرده‌فروش  $j$  ام در سال، تحمیلی به تولیدکننده  
 $q_j$ : مقدار بازپرسی خرده‌فروش  $j$  ام در هر بازپرسی  
 $U_j$ : حد بالای سطح موجودی خرده‌فروش  $j$  ام  
 $q = \sum_{j=1}^m q_j$ : مجموع مقدار بازپرسی خرده‌فروشان در هر بازپرسی

- (۱) افق برنامه‌ریزی بی‌نهایت فرض می‌شود.
- (۲) موجودی یک قلم کالای زوال‌ناپذیر برای زنجیره تأمین دو سطحی با یک تولیدکننده و چند خرده‌فروش برنامه‌ریزی می‌شود.
- (۳) تقاضای خرده‌فروشان قطعی (غیر احتمالی) و نرخ هر یک ثابت است.
- (۴) میزان تولید تولیدکننده قطعی (غیر احتمالی) و نرخ آن ثابت است.
- (۵) کمبود مجاز نیست.
- (۶) دریافت محموله توسط خرده‌فروشان آنی و مصرف آنها تدریجی با نرخ ثابت است.
- (۷) نرخ تولید متناهی و بزرگتر از مجموع نرخ‌های تقاضای همه‌ی خرده‌فروشان است.
- (۸) سیستم VMI، به شکل غیر امانتی است.
- (۹) مدت زمان تحویل سفارش خرده‌فروشان  $t_j$ ؛ یعنی زمان بین صدور سفارش و دریافت محموله قابل چشم‌پوشی است.
- (۱۰) در سیستم VMI یاد شده، بازپرسی خرده‌فروشان همزمان اتفاق می‌افتد و زمان سیکل سفارش‌دهی خرده‌فروشان یکسان است.
- (۱۱) خرده‌فروشان در زمان سیکل تولید کننده می‌توانند بیش از یکبار بازپرسی انجام دهند.
- (۱۲) تخفیف وجود ندارد و قیمت کالا در طول افق برنامه‌ریزی ثابت است.

$AC_s^x$ : هزینه همسنگ سالیانه تولیدکننده با رویکرد  $x$

$AC_j^x$ : هزینه همسنگ سالیانه خرده‌فروش  $j$  ام با رویکرد  $x$

$AC^x$ : هزینه همسنگ سالیانه کل زنجیره تأمین با رویکرد  $x$

$M$ : یک عدد بسیار بزرگ

$y_j$ : اگر خرده‌فروش  $j$  ام عضو مجموعه  $S$  باشد ۱ و اگر عضو مجموعه  $\bar{S}$  باشد ۰ است.

### ۳- مدل‌سازی

۳-۱- مدل‌سازی ریاضی سیستم **VMI** با در نظر

گرفتن ارزش زمانی پول

با توجه به فرض بازپرسی همزمان خرده‌فروشان می‌توان نوشت:

$$T_i = T_j = T_r = \frac{q_i}{D_i} = \frac{q_j}{D_j} = \frac{q}{D} \quad \forall i, j, \quad (1)$$

$$\Rightarrow q_i = \frac{q}{D} D_i \quad \forall i$$

همچنین، زمان سیکل تولید کننده با توجه به شکل (۱) از رابطه (۲) حاصل می‌شود.

$$T_s = \frac{nq}{D} \quad (2)$$

مطابق شکل (۱) معادله تابع موجودی برحسب زمان تولیدکننده در بازه  $\left[0, \frac{nq}{p}\right]$  به شکل  $p.t$  است. با توجه به هزینه نگهداری  $h_s$  برای هر واحد محصول در سال، هزینه نگهداری موجودی تولیدکننده در بازه زمانی بسیار کوچک  $dt$  از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$h_s.p.t. dt \quad (3)$$

$Q = nq$ : مقدار تولید در هر سیکل تولیدکننده

$T_r$ : زمان سیکل خرده‌فروشان

$T_s$ : زمان سیکل تولیدکننده

$n$ : تعداد سفارش‌های ارسالی به هر خرده‌فروش در مدت زمان سیکل تولیدکننده

$S$ : مجموعه خرده‌فروشان که حد بالای سطح موجودی آن‌ها توسط تولیدکننده رعایت نشده است.

$\bar{S}$ : متمم مجموعه  $S$

$r$ : نرخ بهره اسمی سالیانه پیوسته (نرخ تنزیل)

$x \in \{TV, no TV\}$ : رویکرد مورد استفاده برای

محاسبه هزینه (با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول (TV) و بدون آن (no TV))

$OC_j^x$ : هزینه همسنگ سالیانه سفارش‌دهی خرده‌فروش  $j$  ام با رویکرد  $x$

$OC_r^x$ : مجموع هزینه‌های همسنگ سالیانه سفارش‌دهی خرده‌فروشان با رویکرد  $x$

$HC_j^x$ : هزینه همسنگ سالیانه نگهداری خرده‌فروش  $j$  ام با رویکرد  $x$

$HC_r^x$ : مجموع هزینه‌های همسنگ سالیانه نگهداری خرده‌فروشان با رویکرد  $x$

$OC_s^x$ : هزینه همسنگ سالیانه ثابت تولید، با رویکرد  $x$

$HC_s^x$ : هزینه همسنگ سالیانه نگهداری تولیدکننده با رویکرد  $x$

$PC_j^x$ : هزینه همسنگ سالیانه جریمه‌ی تولیدکننده ناشی از تخطی از حد بالایی خرده‌فروش  $j$  ام با رویکرد  $x$

$PC_r^x$ : مجموع هزینه همسنگ سالیانه جریمه‌ی تولیدکننده ناشی از تخطی از حد بالایی خرده‌فروشان با رویکرد  $x$

$$\left( \int_0^{\frac{nq}{p}} h_s p t e^{-rt} dt + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{\frac{nq}{p} + (i-1)\frac{q}{D}}^{\frac{nq}{p} + i\frac{q}{D}} h_s (n-i) q e^{-rt} dt \right) \times (1 + e^{-rT_s} + e^{-2rT_s} + \dots) = \left( \int_0^{\frac{nq}{p}} h_s p t e^{-rt} dt + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{\frac{nq}{p} + (i-1)\frac{q}{D}}^{\frac{nq}{p} + i\frac{q}{D}} h_s (n-i) q e^{-rt} dt \right) \times \sum_{i=0}^{\infty} e^{-irT_s} \quad (8)$$

با در نظر گرفتن افق بی‌نهایت رابطه زیر بین ارزش فعلی (PV) و ارزش همسنگ سالیانه (EAV) برقرار است (کریاکوگلو و وندران، ۲۰۰۷).

$$EAV = r \times PV \quad (9)$$

لذا می‌توان ارزش همسنگ سالیانه هزینه نگهداری موجودی توسط تولیدکننده را با رابطه (۱۰) به دست آورد.

$$HC_s^{TV} = \left[ \frac{h_s}{r^2} \left( p - p e^{-\frac{-mq}{p}} - m q e^{-\frac{-mq}{p}} \right) + \frac{h_s q e^{-\frac{-mq}{p}}}{1 - e^{-\frac{-mq}{p}}} \left( e^{-\frac{-mq}{D}} + n - n e^{-\frac{-r q}{D}} - 1 \right) \right] \times \left( \frac{r}{1 - e^{-\frac{-mq}{D}}} \right) \quad (10)$$

معادله تابع موجودی برحسب زمان خرده‌فروشی نام به شکل  $(q_j - D_j t)$  است. برای هر یک از خرده‌فروشان عضو مجموعه‌ی S ارزش فعلی هزینه

ارزش زمانی این مقدار با توجه به نرخ تنزیل r در اول دوره تولیدکننده مطابق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$h_s p t e^{-rt} dt \quad (4)$$

با انتگرال‌گیری روی تمام مقادیر زمانی در بازه  $\left[ 0, \frac{nq}{p} \right]$  ارزش فعلی هزینه نگهداری تولیدکننده در ابتدای دوره تولیدکننده طبق رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$\int_0^{\frac{nq}{p}} h_s p t e^{-rt} dt \quad (5)$$

در بازه  $\left[ \frac{nq}{p}, \frac{nq}{p} + \frac{q}{D} \right]$  معادله‌ی تابع موجودی تولیدکننده برحسب زمان ثابت و برابر  $(n-1)q$  است؛ پس ارزش فعلی هزینه نگهداری موجودی تولیدکننده در ابتدای دوره تولیدکننده از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\int_{\frac{nq}{p}}^{\frac{nq}{p} + \frac{q}{D}} h_s (n-1) q e^{-rt} dt \quad (6)$$

از این رو، در طول بازه  $\left[ 0, \frac{nq}{D} \right]$  یعنی زمان سیکل تولیدکننده، ارزش فعلی هزینه نگهداری موجودی تولیدکننده برابر است با

$$\int_0^{\frac{nq}{p}} h_s p t e^{-rt} dt + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{\frac{nq}{p} + (i-1)\frac{q}{D}}^{\frac{nq}{p} + i\frac{q}{D}} h_s (n-i) q e^{-rt} dt \quad (7)$$

و با در نظر گرفتن افق بی‌نهایت ارزش فعلی این هزینه برابر است با

$$\begin{aligned}
 PC_j^{TV} &= \left( \int_0^{q_j - U_j} \pi_j (q_j - D_j t - U_j) e^{-rt} dt \right) \\
 &\times \sum_{i=0}^{n-1} e^{-ir \frac{q_j}{D_j}} \times \sum_{i=0}^{\infty} e^{-ir T_s} \times r \\
 &= \frac{\pi_j D_j}{r^2} \left( e^{-r \left( \frac{q}{D} - \frac{U_j}{D_j} \right)} + r \left( \frac{q}{D} - \frac{U_j}{D_j} \right) - 1 \right) \\
 &\times \left( \frac{1 - e^{-\frac{r n q}{D}}}{1 - e^{-\frac{r q}{D}}} \right) \times \left( \frac{r}{1 - e^{-\frac{r n q}{D}}} \right) \quad \forall j \in S \quad (13)
 \end{aligned}$$

و با در نظر گرفتن هزینه ثابت تولید در ابتدای سیکل تولیدکننده، ارزش همسنگ سالیانه این هزینه نیز از رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$OC_s^{TV} = A_s \times \sum_{i=0}^{\infty} e^{-ir T_s} \times r = A_s \times \left( \frac{r}{1 - e^{-\frac{r n q}{D}}} \right) \quad (14)$$

با در نظر گرفتن هزینه سفارش‌دهی هر یک از خرده‌فروشان در ابتدای شروع بازپرسی، ارزش همسنگ سالیانه این هزینه برای خرده‌فروش  $j$  ام با رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned}
 OC_j^{TV} &= A_j \times \sum_{i=0}^{n-1} e^{-ir \frac{q_j}{D_j}} \times \sum_{i=0}^{\infty} e^{-ir T_s} \times r = \\
 &A_j \times \left( \frac{1 - e^{-\frac{r n q}{D}}}{1 - e^{-\frac{r q}{D}}} \right) \times \left( \frac{r}{1 - e^{-\frac{r n q}{D}}} \right) \quad (15)
 \end{aligned}$$

جریمه تحمیلی به تولیدکننده در مدت  $T_r$  برابر است با

$$\frac{q_j - U_j}{D_j} \int_0^{q_j - D_j t - U_j} \pi_j (q_j - D_j t - U_j) e^{-rt} dt \quad \forall j \in S \quad (11)$$

بنابراین در طول بازه  $\left[0, \frac{nq}{D}\right]$ ، ارزش فعلی هزینه اخیر برابر است با

$$\begin{aligned}
 &\left( \int_0^{q_j - U_j} \pi_j (q_j - D_j t - U_j) e^{-rt} dt \right) \times \\
 &\left( \frac{1 + e^{-r \frac{q_j}{D_j}} + e^{-2r \frac{q_j}{D_j}} + \dots + e^{-(n-1)r \frac{q_j}{D_j}}}{1 + e^{-r \frac{q_j}{D_j}} + e^{-2r \frac{q_j}{D_j}} + \dots + e^{-(n-1)r \frac{q_j}{D_j}}} \right) \\
 &= \left( \int_0^{q_j - U_j} \pi_j (q_j - D_j t - U_j) e^{-rt} dt \right) \times \\
 &\sum_{i=0}^{n-1} e^{-ir \frac{q_j}{D_j}} \quad \forall j \in S \quad (12)
 \end{aligned}$$

و با رویکردی مشابهی قبل هزینه همسنگ سالیانه جریمه‌ی تحمیلی به تولیدکننده به‌خاطر رعایت نکردن حد بالای موجودی هر یک از خرده‌فروشان عضو مجموعه‌ی  $S$  از رابطه (۱۳) به دست می‌آید.



$$AC_j^{TV} = HC_j^{TV} = \left( \int_0^{q_j/D_j} h_j(q_j - D_j t) e^{-rt} dt \right) \times \sum_{i=0}^{n-1} e^{-ir \frac{q_j}{D_j}} \times \sum_{i=0}^{\infty} e^{-ir T_s} \times r = \left( \frac{h_j D_j}{r^2} \left( e^{-r \frac{q}{D}} + r \frac{q}{D} - 1 \right) \right) \times \left( \frac{1 - e^{-\frac{-mq}{D}}}{1 - e^{-\frac{-r q}{D}}} \right) \times \left( \frac{r}{1 - e^{-\frac{-mq}{D}}} \right) \quad (18)$$

و در نهایت ارزش همسنگ سالیانه هزینه کل موجودی سیستم VMI از مجموع هزینه‌های خرده‌فروشان (رابطه (۱۸)) و هزینه تولیدکننده (رابطه (۱۶)) مطابق با رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$AC^{TV} = AC_s^{TV} + \sum_{j=1}^m AC_j^{TV} = AC_s^{TV} + AC_r^{TV} \quad (19)$$

اکنون، برای مدل کردن مساله‌ی مطرح شده باید مجموعه محدودیت‌های (۲۰) و (۲۱) را در نظر گرفت.

$$q_j \geq U_j \quad \forall j \in S \quad (20)$$

$$q_j \leq \bar{U}_j \quad \forall j \in \bar{S} \quad (21)$$

رابطه (۲۰) تضمین می‌کند که تولیدکننده از حد بالای تعیین شده هر یک از خرده‌فروشان عضو مجموعه‌ی S تخلف نکند. رابطه (۲۱) تضمین می‌کند که تولیدکننده حدود تعیین شده برای اعضای مجموعه  $\bar{S}$  را رعایت کند. در راستای کم کردن تعداد متغیرهای مدل می‌توان مجموعه محدودیت‌های

در سیستم VMI چه امانتی و چه غیر امانتی هزینه سفارش‌دهی خرده‌فروشان بر عهده تولیدکننده است. هزینه همسنگ سالیانه تولیدکننده تحت سیستم VMI از روابط (۱۰) و (۱۵) - (۱۳) مطابق رابطه (۱۶) حاصل می‌شود.

$$AC_s^{TV} = HC_s^{TV} + \sum_{\forall j \in S} PC_j^{TV} + OC_s^{TV} + \sum_{j=1}^m OC_j^{TV} = \left[ A_s + \frac{h_s}{r^2} \left( p - pe^{\frac{-mq}{p}} - mqe^{\frac{-mq}{p}} \right) + \frac{h_s q e^{\frac{-mq}{p}}}{1 - e^{-\frac{-r q}{D}}} \left( e^{\frac{-mq}{D}} + n - ne^{-\frac{-r q}{D}} - 1 \right) + \sum_{\forall j \in S} \frac{\pi_j D_j}{r^2} \left( e^{-r \left( \frac{q}{D} - \frac{U_j}{D_j} \right)} + r \left( \frac{q}{D} - \frac{U_j}{D_j} \right) - 1 \right) \times \left( \frac{1 - e^{-\frac{-mq}{D}}}{1 - e^{-\frac{-r q}{D}}} \right) + \sum_{j=1}^m A_j \times \left( \frac{1 - e^{-\frac{-mq}{D}}}{1 - e^{-\frac{-r q}{D}}} \right) \right] \times \left( \frac{r}{1 - e^{-\frac{-mq}{D}}} \right) \quad (16)$$

برخلاف VMI امانتی، هزینه نگهداری موجودی خرده‌فروشان در VMI غیر امانتی بر عهده خودشان است. ارزش فعلی هزینه نگهداری خرده‌فروش  $\bar{U}_m$  در مدت  $T_r$  برابر است با

$$\frac{q_j}{D_j} \int_0^{q_j/D_j} h_j(q_j - D_j t) e^{-rt} dt \quad (17)$$

بنابراین، ارزش همسنگ سالیانه این هزینه از رابطه ۱۸ به دست می‌آید.

تابع هدف (۲۴) هزینه همسنگ سالیانه موجودی کل سیستم VMI را که از جایگذاری روابط ۱۶ و ۱۸ در رابطه ۱۹ حاصل می‌شود را کمینه می‌کند. محدودیت (۲۵) وقتی فعال می‌شود که  $y_j$  برابر ۱ باشد. در این شکل این محدودیت مطابق رابطه (۲۲) برای اعضای مجموعه  $S$  عمل می‌کند. محدودیت (۲۶) وقتی فعال می‌شود که  $y_j$  برابر صفر باشد. در این شکل این محدودیت مطابق رابطه (۲۳) برای اعضا مجموعه  $\bar{S}$  عمل می‌کند. محدودیت (۲۷) تضمین می‌کند که کل حالات مربوط به مجموعه  $S$  و  $\bar{S}$  بررسی شود. محدودیت (۲۸) تضمین می‌کند که فرض مجاز نبودن کسری (فرض ۵) همواره برقرار شود؛ چرا که در غیر این شکل با توجه به رابطه زیر مدت زمان تولید  $\left(\frac{nq}{p}\right)$  از زمان سیکل خرده‌فروشان  $\left(\frac{q}{D}\right)$  بیشتر شده و خرده‌فروشان باکسری مواجه می‌شوند.

$$n > \frac{p}{D} \Rightarrow \frac{n}{p} > \frac{1}{D} \Rightarrow \frac{nq}{p} > \frac{q}{D} \quad (30)$$

۳-۲- مدل سازی ریاضی سیستم VMI بدون در نظر گرفتن ارزش زمانی پول

مساحت زیر نمودار موجودی-زمان تولیدکننده در طول مدت  $T_s$ ؛ یعنی  $\int_0^{T_s} I_s(t)dt$ ، برابر با کل موجودی تولیدکننده در طول یک سیکل تولید است. با توجه به تعداد دفعات سیکل تولید در سال  $\left(\frac{1}{T_s}\right)$  و هزینه سالیانه نگهداری از هر واحد موجودی

(۲۰) و (۲۱) را با استفاده از رابطه (۱) به ترتیب به شکل روابط (۲۲) و (۲۳) نوشت.

$$q \geq \frac{U_j}{D_j} D \quad \forall j \in S \quad (22)$$

$$q \leq \frac{U_j}{D_j} D \quad \forall j \in \bar{S} \quad (23)$$

اکنون مدل نهایی به شکل برنامه‌ریزی غیرخطی عددصحيح مختلط (MINLP<sup>v</sup>) زیر ارائه می‌شود. در این مدل ،  $y_j, n$  متغیرهای تصمیم هستند.

مدل VMI\_TV:

$$\begin{aligned} \min AC^{TV}(y_j, q, n) = & \left[ A_s + \frac{h_s}{r^2} \left( p - pe^{\frac{-mq}{p}} - mqe^{\frac{-mq}{p}} \right) + \right. \\ & \left. \frac{h_s q e^{\frac{-mq}{p}}}{1 - e^{-\frac{r}{D} q}} \left( e^{\frac{-mq}{D}} + n - ne^{-\frac{r}{D} q} - 1 \right) + \right. \\ & \left. \sum_{j=1}^m \frac{\pi_j D_j}{r^2} \left( e^{-r \left( \frac{q}{D} - \frac{U_j}{D_j} \right)} + r \left( \frac{q}{D} - \frac{U_j}{D_j} \right) - 1 \right) \times \left( \frac{1 - e^{-\frac{mq}{D}}}{1 - e^{-\frac{r}{D} q}} \right) \times y_j + \right. \\ & \left. \sum_{j=1}^m \left( A_j + \frac{h_j D_j}{r^2} \left( e^{-r \frac{q}{D}} + r \frac{q}{D} - 1 \right) \right) \times \left( \frac{1 - e^{-\frac{mq}{D}}}{1 - e^{-\frac{r}{D} q}} \right) \right] \times \left( \frac{r}{1 - e^{-\frac{mq}{D}}} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

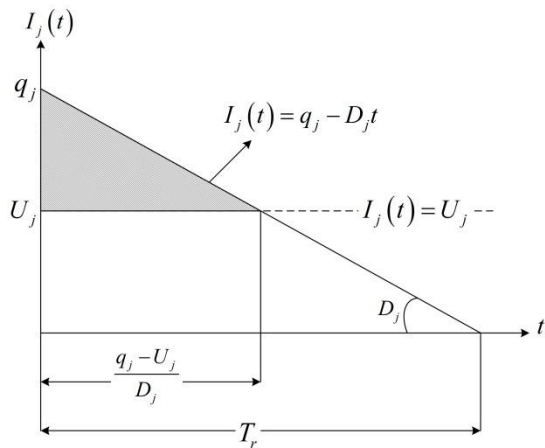
$$S.t.: q \geq \frac{U_j}{D_j} D - M(1 - y_j) \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, m\} \quad (25)$$

$$q \leq \frac{U_j}{D_j} D + M y_j \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, m\} \quad (26)$$

$$\sum_{j=1}^m y_j \leq m \quad (27)$$

$$n \leq \frac{p}{D} \quad (28)$$

$$q \geq 0, n \in \mathbb{N}, y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, m\} \quad (29)$$



شکل ۲- نمودار موجودی خرده‌فروش  $\lambda$ ام برحسب زمان در طول مدت  $T_r$

$$PC_j^{noTV} = \pi_j \times \frac{\int_0^{\frac{q_j - U_j}{D_j}} (q_j - D_j t - U_j) dt}{T_r} = \frac{(q_j - U_j) \times \left( \frac{q_j - U_j}{D_j} \right)}{\pi_j \times \frac{2}{\frac{q}{D}}} = \pi_j \times \frac{D}{2q} \times \frac{(q_j - U_j)^2}{D_j} \quad \forall j \in S. \quad (32)$$

هزینه سالیانه سفارش‌دهی خرده‌فروش  $\lambda$ ام  $(OC_j^{noTV})$  برابر است با حاصلضرب هزینه سفارش‌دهی خرده‌فروش  $\lambda$ ام در هر بار بازپرسی  $(A_j)$  در تعداد دفعات بازپرسی این خرده‌فروش در سال  $(\frac{1}{T_r} = \frac{D}{q})$ :

$$OC_j^{noTV} = A_j \times \frac{D}{q}. \quad (33)$$

هزینه سالیانه ثابت تولید  $(OC_s^{noTV})$  از حاصلضرب هزینه ثابت هر بار تولید  $(A_s)$  در تعداد دفعات تولید در سال  $(\frac{1}{T_s} = \frac{D}{nq})$  به دست می‌آید:

توسط تولیدکننده  $(h_s)$ ، هزینه سالیانه نگهداری تولیدکننده

$(HC_s^{noTV})$  برابر است با رابطه ۳۱:

$$HC_s^{noTV} = h_s \times \frac{\int_0^{T_s} I_s(t) dt}{T_s} = h_s \times \frac{\frac{nq \times \frac{nq}{p} + (n-1)q \frac{q}{D} + (n-2)q \frac{q}{D} + \dots + q \frac{q}{D}}{\frac{nq}{D}}}{T_s} = h_s \times \frac{\frac{n^2 q^2}{2p} + \frac{n(n-1)}{2} \times \frac{q^2}{D}}{\frac{nq}{D}} = h_s \times \left( \frac{nqD}{2p} + \frac{(n-1)}{2} q \right).$$

کل موجودی بیشتر از حد بالای خرده‌فروش  $\lambda$ ام در طول یک سیکل خرده‌فروشان برابر است با مساحت زیر نمودار موجودی-زمان این خرده‌فروش تا بالای خط  $I_j(t) = U_j$  (مطابق بخش خاکستری در شکل ۲)؛ یعنی  $\int_0^{\frac{q_j - U_j}{D_j}} (q_j - D_j t - U_j) dt$ . با توجه به تعداد دفعات سیکل بازپرسی هر یک از خرده‌فروشان در سال  $(\frac{1}{T_r})$  و هزینه سالیانه جریمه‌ی هر واحد موجودی بیشتر از حد بالای خرده‌فروش  $\lambda$ ام  $(\pi_j)$ ، هزینه سالیانه جریمه تولیدکننده ناشی از تخطی از حد بالایی خرده‌فروش  $\lambda$ ام  $(PC_j^{noTV})$  برابر است با:

مدل VMI\_no TV:

$$\min AC^{\text{noTV}} = h_s \times \left( \frac{nqD}{2p} + \frac{(n-1)}{2}q \right) + \frac{D}{2q} \times \sum_{j=1}^m y_j \times \pi_j \times \frac{\left( \frac{D_j}{D}q - U_j \right)^2}{D_j} + \quad (37)$$

$$\frac{D}{q} \times \sum_{j=1}^m A_j + A_s \times \frac{D}{nq} + \frac{q}{2D} \times \sum_{j=1}^m h_j \times D_j$$

روابط (۲۹) - (۲۵): St.:

## ۴- آنالیز حساسیت برای بررسی تأثیر ارزش

## زمانی پول

هدف از ارائه‌ی این بخش بررسی اهمیت در نظر گرفتن ارزش زمانی پول در سیستم VMI مطرح شده و تأثیر پارامترهای مختلف بر آن است. نتایج مربوط به آنالیز حساسیت پارامترهای مختلف بر جواب بهینه مدل‌های VMI ارائه شده (VMI\_TV و VMI\_noTV) در جدول‌های ۹-۳ در بخش پیوست ۱ گزارش شده است.

برای انجام آنالیز حساسیت سه خرده‌فروش با پارامترهای مطابق جدول ۱ و تولیدکننده‌ای با نرخ تولید ۶۰۰ واحد محصول در سال در نظر گرفته شده‌اند. هزینه ثابت هر بار تولید ۱۳۰ واحد پول، هزینه نگهداری هر واحد محصول در سال توسط تولیدکننده ۳ واحد پول و نرخ تنزیل ۰/۲ فرض شده است.

$$OC_s^{\text{noTV}} = A_s \times \frac{D}{nq}. \quad (34)$$

مساحت زیر نمودار موجودی-زمان خرده‌فروش زام در طول مدت  $T_r$ ؛ یعنی  $\int_0^{T_r} I_j(t) dt$ ، کل موجودی این خرده‌فروش در طول یک سیکل خرده‌فروشان است. با توجه به تعداد دفعات سیکل بازپرسی هریک از خرده‌فروشان در سال  $(\frac{1}{T_r})$  و هزینه سالیانه نگهداری از هر واحد محصول توسط خرده‌فروش زام  $(h_j)$ ، هزینه سالیانه نگهداری خرده‌فروش زام  $(HC_j^{\text{noTV}})$  برابر است با:

$$HC_j^{\text{noTV}} = h_j \times \frac{\int_0^{T_r} I_j(t) dt}{T_r} = h_j \times \frac{\frac{q}{D} \times q_j}{\frac{q}{D}} = h_j \times \frac{q_j}{2}. \quad (35)$$

در نهایت مجموع هزینه سالیانه کل زنجیره تأمین بدون لحاظ کردن ارزش زمانی پول از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$AC^{\text{noTV}} = HC_s^{\text{noTV}} + \sum_{\forall j \in S} PC_j^{\text{noTV}} + \sum_{j=1}^m OC_j^{\text{noTV}} + OC_s^{\text{noTV}} + \sum_{j=1}^m HC_j^{\text{noTV}}. \quad (36)$$

مدل VMI بدون ارزش زمانی پول همانند مدلی که ارزش زمانی پول را در نظر می‌گرفت شکل می‌گیرد، تنها با این تفاوت که تابع هدف با رابطه (۲۴) طبق روابط (۳۶) - (۳۱) با رابطه (۳۷) جایگزین می‌شود. رابطه (۳۷) مجموع هزینه سالیانه کل زنجیره تأمین بدون لحاظ کردن ارزش زمانی پول را کمینه می‌کند.

جدول ۱- پارامترهای خرده‌فروشان

$\pi_j$	$U_j$	$A_j$	$h_j$	$D_j$	خرده‌فروش
۲	۱۵	۱۵	۷	۶۰	A
۳	۱۴	۱۲	۵	۱۴۰	B
۴	۲۰	۱۳	۶	۵۰	C

مقدار خطاها دارای چه مقیاسی است، از آزمون فرض آماری زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} H_0: \mu_E = K\% & \text{فرض صفر: میانگین خطا برابر } k\% \text{ است.} \\ H_1: \mu_E \neq K\% & \text{فرض مقابل: میانگین خطا برابر } k\% \text{ نیست.} \end{cases}$$

با توجه به این که خطاهای به دست آمده از جدول‌های مذکور مربوط به آنالیز حساسیت، نمونه‌ای تصادفی از همه‌ی حالات ممکن است، می‌توان E را متغیر تصادفی مربوط به خطا تعریف کرد. حال اگر  $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$  نمونه‌ی تصادفی از E با مقادیر  $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$  باشد؛ وقتی  $n \rightarrow \infty$ ، طبق قضیه‌ی حد مرکزی  $\bar{E}$  دارای توزیع نرمال با میانگین  $\mu_E$  و واریانس  $\left(\frac{\sigma_E}{\sqrt{n}}\right)^2$  است. وقتی با یک

نمونه‌ی تصادفی بزرگ به اندازه‌ی  $n \geq 31$  از E سروکار داریم نه‌تنها می‌توان از قضیه‌ی حد مرکزی استفاده کرد بلکه با توجه به ویژگی بزرگ نمونه‌ای و نامعلوم بودن واریانس می‌توان به‌جای  $\sigma_{E_j}$  از

$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n} \quad S_{E_j} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2}{n-1}}$$

استفاده کرد (فرونند و همکاران، ۲۰۰۴). کلیه خطاهای به دست آمده از جدول‌های مذکور را در یک نمونه ۶۳ تایی مورد آزمون فرض آماری گفته شده قرار می‌دهیم. می‌دانیم طول بازه k برای رد نشدن فرض  $H_0$  را می‌توان با رابطه (۳۸) به دست آورد. (Z) دارای توزیع نرمال استاندارد است و

$$\left(\Pr\left[Z > z_{\frac{\alpha}{2}}\right]\right) = \frac{\alpha}{2}$$

خطای گزارش داده شده، درصد هزینه همسنگ سالیانه اضافی تحمیل شده به سیستم ناشی از تعیین نادرست مقدار اقتصادی سفارش از مدل VMI است که ارزش زمانی پول را در نظر نمی‌گیرد. این مقدار خطا از رابطه (۳۷) به دست می‌آید:

$q^{noTV}$ : مقدار بهینه‌ی مقدار بازپرسی خرده‌فروشان بدون در نظر گرفتن ارزش زمانی پول (حاصل از مدل VMI\_no TV)

$q^{TV}$ : مقدار بهینه‌ی مقدار بازپرسی خرده‌فروشان با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول (حاصل از مدل VMI\_TV)

$$E\% = \frac{AC^{TV}(q^{noTV}) - AC^{TV}(q^{TV})}{AC^{TV}(q^{TV})} \times 100 \quad (37)$$

تحت یک مقیاس نسبی خطاهای کمتر از ۰/۱٪ را خطاهای قابل چشم‌پوشی، خطاهای بیشتر یا مساوی ۰/۱٪ و کمتر از ۱٪ را خطاهای غیر قابل چشم‌پوشی و خطاهای بیشتر یا مساوی ۱٪ را قابل توجه می‌نامیم. حال در یک نگاه کلی برای بررسی تأثیر ارزش زمانی پول، با یک استنباط آماری برای پاسخ به این سؤال که آیا هزینه همسنگ سالیانه ناشی از تعیین مقدار اقتصادی سفارش با مدل‌های VMI ارائه شده (با و بدون در نظر گرفتن ارزش زمانی پول) باهم اختلاف معنی‌داری دارند یا خیر و این که میانگین این

جدول ۲ بازه‌های  $K$  ( $[k_{min}, k_{max}]$ ) برای قبول فرض  $H_0$  (استنباط  $k$  برای مقدار میانگین خطا) برحسب  $\alpha$  های مختلف و  $\Delta\mu_E = 0.1\%$  را نشان می‌دهد. در شکلی که خواهیم با انحرافی بیشتر یا مساوی  $\Delta\mu_E = 0.1\%$  فرض  $H_0$  با احتمال حداقل  $0.9$  رد شود، آنگاه هنگامی که  $\alpha = 0.09$  است این منظور حاصل می‌شود؛ به عبارت دیگر قوی‌ترین نتیجه‌گیری برای مقدار میانگین خطا  $2.407 \leq K \leq 2.521$  است. بنابراین باید میزان خطای ناشی از لحاظ نکردن ارزش زمانی پول را قابل توجه دانست که این امر نشان از اهمیت در نظر گرفتن ارزش پول دارد.

جدول ۲- بازه‌های  $K$  برای قبول فرض  $H_0$  (استنباط  $K$  برای مقدار میانگین خطا) برحسب  $\alpha$  های مختلف و  $\Delta\mu_E = 0.1\%$

$k_{min}$	$k_{max}$	$\alpha$	$\beta$	$1 - \beta$
۲/۳۵۳	۲/۵۷۵	۰/۰۰۱	۰/۶۲۵	۰/۳۷۵
۲/۳۷۷	۲/۵۵۱	۰/۰۱	۰/۳۴۶	۰/۶۵۴
۲/۳۸۶	۲/۵۴۲	۰/۰۲	۰/۲۵۹	۰/۷۴۱
۲/۳۹۱	۲/۵۳۷	۰/۰۳	۰/۲۱۱	۰/۷۸۹
۲/۳۹۵	۲/۵۳۳	۰/۰۴	۰/۱۷۹	۰/۸۲۱
۲/۳۹۸	۲/۵۳	۰/۰۵	۰/۱۵۶	۰/۸۴۴
۲/۴۰۱	۲/۵۲۷	۰/۰۶	۰/۱۳۸	۰/۸۶۲
۲/۴۰۳	۲/۵۲۵	۰/۰۷	۰/۱۲۳	۰/۸۷۷
۲/۴۰۵	۲/۵۲۳	۰/۰۸	۰/۱۱۱	۰/۸۸۹
۲/۴۰۷	۲/۵۲۱	۰/۰۹	۰/۱	۰/۹
۲/۴۰۹	۲/۵۱۹	۰/۱	۰/۰۹۲	۰/۹۰۸

اکنون در نگاهی جزئی‌تر به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف در مقدار خطای ناشی از در نظر

$$K - z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S_E}{\sqrt{n}} \leq \bar{E} \leq K + z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S_E}{\sqrt{n}} \Rightarrow \bar{E} - z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S_E}{\sqrt{n}} \leq K_j \leq \bar{E} + z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S_E}{\sqrt{n}} \quad (38)$$

ولی برای این که رد نشدن فرض  $H_0$  (استنباط مقدار  $K$  برای میانگین خطا)، یک نتیجه‌گیری قوی باشد علاوه بر پایین بودن خطای نوع اول ( $\alpha$ )؛ یعنی احتمال مردود اعلام کردن  $H_0$  درست، مقدار خطای نوع دوم ( $\beta$ )؛ یعنی احتمال درست شمردن  $H_0$  نادرست نیز باید کنترل شود.  $(1-\beta)$  نیز احتمال نادرست شمردن  $H_0$  نادرست است و به آن قدرت آزمون گفته می‌شود.  $\beta$  برای آزمون فرض یاد شده با رابطه (۳۹) محاسبه می‌شود.

$\mu_E^{real}$ : میانگین واقعی جامعه‌ی خطاها

$\Delta\mu_E = |K - \mu_E^{real}|$ : انحراف میانگین واقعی جامعه‌ی خطا ( $\mu_E^{real}$ ) از مقدار  $K$  (مقدار استنباط شده برای میانگین جامعه خطا)

$$\beta = \Pr(H_0 \text{ correct} | H_0 \text{ uncorrect}) = \Pr\left(K - z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S_E}{\sqrt{n}} \leq \bar{E} \leq K + z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S_E}{\sqrt{n}} \mid \mu = \mu_E^{real}\right) = \Pr\left(\frac{K - \mu_E^{real} - z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S_E}{\sqrt{n}}}{\frac{S_E}{\sqrt{n}}} \leq \frac{\bar{E} - \mu_E^{real}}{\frac{S_E}{\sqrt{n}}} \leq \frac{K - \mu_E^{real} + z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S_E}{\sqrt{n}}}{\frac{S_E}{\sqrt{n}}}\right) = \Pr\left(\frac{\Delta\mu_E - z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S_E}{\sqrt{n}}}{\frac{S_E}{\sqrt{n}}} \leq Z \leq \frac{\Delta\mu_E + z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S_E}{\sqrt{n}}}{\frac{S_E}{\sqrt{n}}}\right) = \Pr\left(\frac{-\Delta\mu_E - z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S_E}{\sqrt{n}}}{\frac{S_E}{\sqrt{n}}} \leq Z \leq \frac{-\Delta\mu_E + z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S_E}{\sqrt{n}}}{\frac{S_E}{\sqrt{n}}}\right) \quad (39)$$

که هزینه نگهداری تولیدکننده معتدل است در نظر گرفتن ارزش زمانی پول اهمیت بیشتری دارد.

#### ۴-۳- اثر $\pi_j$ (نرخ هزینه جریمه)

برای بررسی پارامتر  $\pi_j$ ، برای هر یک از مقادیر  $\pi_B$  در بازه ۰ تا ۲۰ با نمو ۴ تایی و نیز حالتی که  $\pi_B$  بسیار بزرگ باشد، جواب بهینه دو مدل VMI به دست آورده شد. نتایج در جدول (۵) گزارش داده شده است. با توجه به جدول (۵) با افزایش  $\pi_B$ ، خطا کاهش می‌یابد؛ به طوری که از مقادیر غیرقابل چشم‌پوشی در  $\pi_B$ ‌های پایین و متوسط به مقادیر قابل چشم‌پوشی در  $\pi_B$ ‌های بالا می‌رسد.

#### ۴-۴- اثر $U_j$ (حد بالایی موجودی خرده‌فروشان)

جدول ۶ اثر حد بالایی خرده‌فروش  $B$  ( $U_B$ ) بر خطای ناشی از در نظر گرفتن ارزش زمانی پول در سیستم VMI را نشان می‌دهد. با افزایش  $U_B$  خطا به میزان یکنواختی افزایش می‌یابد تا این که در  $U_B \geq 43$  مقدار خطاها با پایدار شدن جواب بهینه هر دو رویکرد ثابت می‌ماند. این بدان علت است که در  $U_B \geq 43$  نه تنها هیچگاه از حد بالایی خرده‌فروش  $B$  تخطی نمی‌شود بلکه جواب بهینه نیز هیچ تغییری نمی‌کند چرا که حد بالایی ۴۳ برای خرده‌فروش  $B$  مانند حد بالایی بی‌نهایت عمل می‌کند و در این حال محدودیت مربوط به حد بالایی خرده‌فروش  $B$  تأثیری بر فضای شدنی ندارد و تبدیل به یک محدودیت بی‌اثر می‌شود. یکسان بودن جواب بهینه دو رویکرد در حالت  $U_B = 43$  با  $U_B \rightarrow \infty$  دلیلی بر این گفته است.

نکته مهم دیگر، برابر شدن خطا در حالت

$U_B \rightarrow \infty$  با حالت  $\pi_B = 0$  است که این امر با برابر

نگرفتن ارزش زمانی پول در سیستم VMI می‌پردازیم. شایان ذکر است که جداول مربوطه در بخش پیوست (۱) گزارش داده شده است.

#### ۴-۱- اثر $A_s$ (هزینه ثابت هر بار تولید)

برای مطالعه اثر پارامتر  $A_s$ ، برای هر یک از مقادیر  $A_s$  در بازه ۵۰ تا ۲۰۰ با نمو ۲۵ تایی، جواب بهینه مدل‌های VMI تحت دو رویکرد (با لحاظ ارزش زمانی پول و بدون توجه به آن) به دست آورده شد. نتایج در جدول (۳) آمده است. در  $A_s$ ‌های پایین مانند ۵۰ و ۷۵ خطای ناشی از عدم در نظر گرفتن ارزش زمانی پول قابل توجه است. که این امر به علت تفاوت عمده در شکل نمودار موجودی\_زمان دو رویکرد به خاطر تفاوت مقادیر  $n$  بهینه آن‌ها سبب می‌شود. بنابراین، در مسائلی که هزینه ثابت هر بار تولید پائین است در نظر گرفتن ارزش زمانی پول بسیار اهمیت دارد و این در حالی است که در میانه‌ی جدول و نیز  $A_s$ ‌های بالا، خطا همواره غیرقابل چشم‌پوشی و با افزایش  $A_s$  در حال کاهش است.

#### ۴-۲- اثر $h_s$ (نرخ هزینه نگهداری تولیدکننده)

برای مطالعه اثر پارامتر  $h_s$ ، برای هر یک از مقادیر  $h_s$  در بازه ۰ تا ۱۶ با نمو ۲ تایی، جواب بهینه مدل‌های VMI با دو رویکرد به دست آورده شد. نتایج در جدول (۴) آمده است. در  $h_s$ ‌های بالا و پایین، میزان خطا بسیار کم و قابل چشم‌پوشی است. حال آن که در  $h_s$ ‌های میانه‌ی جدول خطا قابل توجه است و این نشان دهنده آن است که در مسائلی

۴-۶- اثر  $A_j$  (هزینه ثابت هر بار سفارش‌دهی خرده‌فروشان) جدول (۸) نتایج مربوط به حل بهینه‌ی مدل‌های VMI با دو رویکرد برای مقادیر مختلف  $A_B$  را نشان می‌دهد. در  $A_B$  های بزرگ (در این مساله  $A_B \geq 41$ ) به علت اثر این پارامتر در تفاوت مقدار بهینه‌ی  $n$ ، نمودار موجودی\_زمان بهینه دو رویکرد، تفاوت عمده داشته و به همین خاطر مقدار خطا قابل توجه است. این امر نشان می‌دهد در مسائلی که هزینه سفارش‌دهی خرده‌فروشان زیاد است، اهمیت ارزش زمانی پول آشکارتر می‌شود.

#### ۴-۷- اثر $h_j$ (نرخ هزینه نگهداری خرده‌فروشان)

جدول ۹ اثر پارامتر هزینه نگهداری خرده فروش  $B$  ( $h_B$ ) بر جواب بهینه مدل های VMI با دو رویکرد را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از روند خطاها مشخص است با افزایش  $h_B$  خطا کاهش می‌یابد که نشان‌دهنده آن است که در مسائلی که هزینه نگهداری خرده‌فروشان پائین است در نظر گرفتن ارزش زمانی پول مهم‌تر است.

#### ۵- نتیجه‌گیری

در این مطالعه مدل‌های موجودی زنجیره تأمین با یک تولیدکننده و چند خرده‌فروش تحت سیستم VMI غیرامانتی با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول و بدون توجه به آن توسعه داده شد. به منظور وارد کردن ارزش زمانی پول ابتدا ارزش فعلی هزینه‌ها در طی یک دوره محاسبه و سپس به افق بی نهایت تعمیم و بعد به هزینه همسنگ سالیانه تبدیل شد. با استفاده از آزمون فرض آماری استنباط شد که میزان هزینه تحمیلی به سیستم ناشی از در نظر

شدن مقدار بهینه‌ی سفارش دو حالت مذکور در هریک از رویکردهای مربوط به ارزش زمانی پول رخ می‌دهد. وقتی که  $\pi_B$  صفر است، آنگاه از حد بالایی  $B$  بدون اعمال هزینه جریمه‌ای تخطی می‌شود و در واقع مثل آن است که حد بالایی  $B$  چنان بزرگ گرفته شده باشد که بدون هزینه جریمه‌ای، بازسازی این خرده‌فروش به هر میزانی انجام شود. با مشاهده و مقایسه خطاها در حالت  $\pi_B = 0$  در جدول ۵ و حالت  $U_B \geq 43$  در جدول ۶ انتظار ما برای یکسان بودن مقدار خطاها در حالت‌های  $\pi_B = 0$  و  $U_B \rightarrow \infty$  برآورده می‌شود.

#### ۴-۵- اثر $p$ (نرخ تولید)

مطابق جدول ۷ با افزایش  $p$  خطا با روند قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد و همواره مقدار آن قابل توجه است. با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول، مقدار  $p$  تأثیر بیشتری بر هزینه نگهداری تولیدکننده دارد؛ زیرا علاوه بر سطح موجودی تولیدکننده، بر زمان تولید و در نتیجه بر مقادیر تنزیل شده هزینه نگهداری تولیدکننده نیز اثر می‌گذارد و در مدل بدون ارزش زمانی پول تأثیر دوم وجود ندارد. این امر باعث تفاوت قابل توجه مقادیر بهینه‌ی سفارش و  $n$  و در نتیجه تفاوت عمده بر شکل نمودار بهینه موجودی-زمان سیستم VMI در دو رویکرد می‌شود. بنابراین، نرخ تولید تأثیر بسیار مهمی بر خطای ناشی از عدم در نظر گرفتن ارزش زمانی پول می‌گذارد و بیشتر از بقیه‌ی پارامترها اهمیت مدل با ارزش زمانی پول را نشان می‌دهد.



- Chen, H., Chen, J., Chen, Y. (2006). "A coordination mechanism for a supply chain with demand information updating", *International Journal of Production Economics* 103, 347–361.
- Corbacioglu U., Van der Laan, E.A. (2007). "Setting the holding cost rates in a two-product system with remanufacturing". *International Journal of Production Economics* 109, 185–194.
- Darwish, M.A., Odah, O.M. (2010). "Vendor managed inventory model for single-vendor multi-retailer supply chains". *European Journal of Operational Research* 204, 473–484.
- Freund, J. E., Miller, I., Miller, M. (2004). "Mathematical Statistics with Applications". 5<sup>th</sup> Edition, Pearson Education Inc. and Dorling Kindersley.
- Fry, M.J., Kapuscinski, R., Olsen, T.L. (2001). "Coordinating production and delivery under a (z,Z)-type vendor-managed inventory contract". *Manufacturing and Service Operations Management* 3(2), 151–173.
- Guan, R., Zhao X. (2010). "On contracts for VMI program with continuous review (r,Q) policy". *European Journal of Operational Research* 207, 656–667.
- Lee, C., Chu, W., (2005). "Who should control inventory in a supply chain?". *European Journal of Operational Research* 164, 158–172.
- Shah, J., Goh, M. (2006). "Setting operating policies for supply hubs". *International Journal of Production Economics* 100, 239–252.
- Stapleton, D., Hanna, J., Ross, R. (2006). "Enhancing supply chain solutions with the application of chaos theory". *Supply Chain Management: An international Journal* 11(2), 108–114.
- Wang, Y., Jiang, L., Shen, Z. (2004). "Channel performance under consignment contract with revenue sharing". *Management Science* 50(1), 34–47.
- Yao, Y., Dong Y., Dresner M. (2010). "Managing supply chain backorders under vendor managed inventory: An incentive

نگرفتن ارزش زمانی پول در این مدل قابل توجه است که این امر نشان‌دهنده اهمیت در نظر گرفتن ارزش زمانی پول در تعیین سیاست‌های بازپرسازی تحت سیستم VMI است.

مطابق نتایج مربوط به آنالیز حساسیت انجام شده در مسائلی که هزینه ثابت تولید، هزینه جریمه تولیدکننده و هزینه نگهداری خرده‌فروشان پائین و هزینه نگهداری تولیدکننده معتدل و هزینه سفارش‌دهی خرده‌فروشان بالا است، اهمیت در نظر گرفتن ارزش زمانی پول پررنگ‌تر جلوه می‌کند؛ چراکه خطای ناشی از در نظر نگرفتن ارزش زمانی پول بیشتر از سایر بازه‌ها است و در این بین نرخ تولید بیشتر از مابقی پارامترها اهمیت لحاظ کردن ارزش زمانی پول را نشان می‌دهد.

توسعه مدل ارائه شده با آزاد کردن برخی فرض‌های ساده‌کننده‌ای چون تک کالایی بودن مدل، مجاز نبودن کسری، زمان‌های تحویل صفر و قطعی بودن تقاضا و نیز متغیر تصمیم گرفتن برخی پارامترها چون حد بالایی سطح موجودی خرده‌فروشان یا نرخ تولید برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌گردد.

## منابع

- پارسا مصطفی، ملاوردی ناصر، کمالی احمد. (۱۳۹۰ ه.ش.). سیستم بازپرسازی سنتی و مدل مدیریت موجودی توسط فروشنده با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول، ارائه شفاهی در دومین کنفرانس بین‌المللی لجستیک و زنجیره تأمین، تهران.
- Ben- Daya, M., Darwish, M., Ertogral, K. (2008). "The joint economic lot sizing problem: Review and extensions". *European Journal of Operational Research* 185(2), 726–742.

Research, 203, 350–359.

approach and empirical analysis".  
European Journal of Operational

پیوست‌ها : جدول‌های ۳-۹

جدول ۳- اثر پارامتر  $A_s$  در میزان خطای ناشی از در نظر نگرفتن ارزش زمانی پول در سیستم VMI

E%	no TV					TV					$A_s$
	$AC^{noTV}$	q	n	Q	S	$AC^{TV}$	q	n	Q	S	
6.774	600.133	72.61	1	72.61	B,A	562.06	56.12	2	112.241	B	50
10.79	684.607	81.532	1	81.532	B,A	617.93	61.072	2	122.143	B	75
0.447	672.828	59.84	2	119.681	B,A	669.831	65.506	2	131.012	B,A	100
0.425	721.692	63.727	2	127.453	B,A	718.637	69.595	2	139.189	B,A	125
0.416	768.056	67.302	2	134.605	B,A	764.878	73.448	2	146.897	B,A	150
0.407	812.234	70.697	2	141.395	B,A	808.942	77.103	2	154.205	B,A	175
0.399	854.526	73.937	2	147.873	B,A	851.13	80.585	2	161.17	B,A	200

جدول ۴- اثر پارامتر  $h_s$  در میزان خطای ناشی از در نظر نگرفتن ارزش زمانی پول در سیستم VMI

E%	no TV					TV					$h_s$
	$AC^{noTV}$	q	n	Q	S	$AC^{TV}$	q	n	Q	S	
0.007	607.864	84.08	2	168.161	B,A	607.822	83.15	2	166.3	B,A	0
0.222	691.718	69.403	2	138.806	B,A	690.187	73.957	2	147.915	B,A	2
13.23	865.291	96.171	1	96.171	B,A	764.192	67.285	2	134.57	B,A	4
8.736	904.648	92.214	1	92.214	B,A	831.968	62.142	2	124.285	B	6
5.326	942.435	88.708	1	88.708	B,A	894.783	57.909	2	115.819	B	8
2.652	978.827	85.575	1	85.575	B,A	953.535	54.442	2	108.884	B	10
0.5	1013.968	82.751	1	82.751	B,A	1008.923	51.534	2	103.068	B	12
0.008	1047.979	80.19	1	80.19	B,A	1047.9	79.246	1	79.246	B,A	14
0.007	1080.962	77.852	1	77.852	B,A	1080.885	76.955	1	76.955	B,A	16

جدول ۵- اثر پارامتر  $\pi_B$  در میزان خطای ناشی از در نظر نگرفتن ارزش زمانی پول در سیستم VMI

E%	no TV					TV					$\pi_B$
	$AC^{noTV}$	q	n	Q	S	$AC^{TV}$	q	n	Q	S	
0.547	705.025	68.289	2	136.578	B,A	701.19	75.674	2	151.347	B,A	0
0.391	739.095	63.345	2	126.69	B,A	736.214	68.889	2	137.778	B,A	4
0.304	767.783	59.425	2	118.849	B	765.453	63.885	2	127.77	B,A	8
0.239	792.297	56.281	2	112.563	B	790.41	59.933	2	119.866	B	12
0.193	813.576	53.71	2	107.421	B	812.011	56.75	2	113.5	B	16
0.16	832.292	51.562	2	103.124	B	830.966	54.146	2	108.292	B	20
0	1177.308	25	2	50	تهی	1177.308	25	2	50	تهی	بی‌نهایت

جدول ۶- اثر پارامتر  $U_B$  در میزان خطای ناشی از در نظر نگرفتن ارزش زمانی پول در سیستم VMI

E%	no TV					TV					$U_B$
	$AC^{noTV}$	q	n	Q	S	$AC^{TV}$	q	n	Q	S	
0.2	913.3	54.168	2	108.336	B	911.48	57.688	2	115.376	B	1
0.213	859.658	54.553	2	109.107	B	857.827	58.096	2	116.192	B	6
0.229	814.965	55.478	2	110.956	B	813.105	59.078	2	118.156	B	11
0.426	727.406	64.644	2	129.289	B,A	724.317	70.586	2	141.173	B,A	16
0.435	719.319	65.216	2	130.433	B,A	716.201	71.212	2	142.424	B,A	21
0.445	713.045	65.936	2	131.872	B,A	709.888	72.001	2	144.002	B,A	26
0.455	708.537	66.798	2	133.597	B,A	705.331	72.95	2	145.899	B,A	31
0.465	705.74	67.798	2	135.596	B,A	702.472	74.052	2	148.105	B,A	36
0.539	705.025	68.289	2	136.578	A	701.249	75.304	2	150.607	B,A	41
0.546	705.025	68.289	2	136.578	A	701.194	75.571	2	151.142	B,A	42
0.547	705.025	68.289	2	136.578	A	701.19	75.674	2	151.347	A	43
0.547	705.025	68.289	2	136.578	A	701.19	75.674	2	151.347	A	44
0.547	705.025	68.289	2	136.578	A	701.19	75.674	2	151.347	A	45
0.547	705.025	68.289	2	136.578	A	701.19	75.674	2	151.347	A	بی نهایت

جدول ۷- اثر پارامتر p در میزان خطای ناشی از در نظر نگرفتن ارزش زمانی پول در سیستم VMI

E%	no TV					TV					p
	$AC^{noTV}$	q	n	Q	S	$AC^{TV}$	q	n	Q	S	
0.002	923.72	90.062	1	90.062	B,A	923.706	89.586	1	89.586	B,A	250
0.4	748.056	63.283	2	126.565	B,A	745.072	68.948	2	137.896	B,A	500
4.538	713.72	65.701	2	131.402	B,A	682.738	59.946	3	179.839	B	750
6.266	695.7	67.019	2	134.037	B,A	654.679	54.405	4	217.619	B	1000
7.297	684.586	67.848	2	135.697	B,A	638.027	55.744	4	222.978	B	1250
8.055	677.043	68.419	2	136.838	B,A	626.575	56.714	4	226.857	B	1500
8.634	671.588	68.836	2	137.671	B,A	618.21	57.449	4	229.796	B	1750
9.111	667.458	69.153	2	138.306	B,A	611.723	52.902	5	264.51	B	2000
9.613	664.222	69.403	2	138.806	B,A	605.972	53.386	5	266.929	B	2250
10.029	661.619	69.605	2	139.21	B,A	601.315	53.786	5	268.931	B	2500
14.696	637.566	71.505	2	143.01	B,A	555.876	54.36	6	326.159	B	بی نهایت

جدول ۸- اثر پارامتر  $A_B$  در میزان خطای ناشی از در نظر نگرفتن ارزش زمانی پول در سیستم VMI

E%	no TV					TV					$A_B$
	$AC^{noTV}$	q	n	Q	S	$AC^{TV}$	q	n	Q	S	
0.429	705.115	62.385	2	124.77	B	702.106	68.15	2	136.301	B,A	5
0.422	734.812	64.748	2	129.496	B,A	731.722	70.696	2	141.392	B,A	13
0.417	763.508	67.023	2	134.047	B,A	760.337	73.15	2	146.299	B,A	21
0.412	791.297	69.224	2	138.448	B,A	788.05	75.522	2	151.043	B,A	29
0.407	818.263	71.357	2	142.714	B,A	814.943	77.819	2	155.637	B,A	37
11.084	919.889	105.666	1	105.666	B,A,C	828.106	78.941	2	157.882	B,A	41
10.553	929.847	106.619	1	106.619	B,A,C	841.089	80.047	2	160.095	B,A	45
10.05	939.722	107.563	1	107.563	B,A,C	853.902	81.138	2	162.276	B,A	49

جدول ۹- اثر پارامتر  $h_B$  در میزان خطای ناشی از در نظر نگرفتن ارزش زمانی پول در سیستم VMI

E%	no TV					TV					$h_B$
	$AC^{noTV}$	q	n	Q	S	$AC^{TV}$	q	n	Q	S	
12.978	727.566	111.979	1	111.979	B,A,C	643.989	78.772	2	157.543	B,A	1
0.423	731.157	64.458	2	128.915	B,A	728.077	70.383	2	140.766	B,A	5
0.303	806.399	59.551	2	119.103	B	803.963	64.209	2	128.417	B,A	9
0.222	875.558	55.572	2	111.144	B	873.619	59.319	2	118.637	B	13
0.168	939.832	52.297	2	104.593	B	938.252	55.359	2	110.719	B	17
0.132	1000.121	49.54	2	99.079	B	998.805	52.101	2	104.202	B	21
0.106	1057.08	47.177	2	94.354	B	1055.964	49.358	2	98.715	B	25
0.086	1111.203	45.123	2	90.247	B	1110.243	47.007	2	94.015	B	29

پی‌نوشت

- 1- Supply Chain Management
- 2- Vendor Managed Inventory
- 3- Supplier-owned inventory (SOI)
- 4- Consignment vendor managed inventory
- 5- Non-Consignment vendor managed inventory
- 6- Lead time
- 7- Mixed Integer Nonlinear Programming